

UN ANÁLISIS SOBRE LA PROCEDENCIA DEL OBJETO QUE IMPACTÓ A
JÚPITER EN EL 2009

PREGRADO EN FÍSICA

Presentado por:
CÉSAR ALFREDO URIBE LEÓN

Para obtener el título de Físico

Asesor

Dr. Ignacio Ferrin

Co-Asesor

Dr. Jorge Ivan Zuluaga



Instituto de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
2013

CÉSAR ALFREDO URIBE LEÓN: *Un análisis sobre la procedencia del objeto que impactó a Júpiter en el 2009*, © 2013

RESUMEN

El 19 de Julio de 2009 un astrónomo aficionado, Anthony Wesley encontró una mancha oscura en la atmósfera de Júpiter localizada en el polo sur a 216° de longitud en el sistema II, a las 13:30 UTC y al notar que esta rotaba de forma sincrónica con la tormenta blanca ovalada, concluyó que correspondía a un impacto. Debido a que en esas fechas no se realizaba una vigilancia sistemática del planeta y al ser un evento no previsto, el objeto impactor no pudo ser identificado antes del impacto. En este trabajo se hace un estudio dinámico de partículas de pruebas sujetas a condiciones iniciales acorde con las condiciones de impacto del objeto que colisionó con Júpiter (Sanchez-Lavega et al. ApJ 715, 2010) y se obtienen las distribuciones de los parámetros orbitales de estos objetos de prueba con la cual se establece la órbita más factible así como la distribución del parámetro de Tisserand que caracteriza su dinámica, para determinar su naturaleza o posible lugar de procedencia. Asimismo se obtiene una distribución del tiempo de captura, de donde se puede obtener cuál fue la época más probable en que dicha captura se produjo y tener un indicio de cuánto tiempo pudo haber estado ligado al planeta.

*Tanta prisa tenemos por hacer, escribir
y dejar oír nuestra voz en el silencio de la eternidad,
que olvidamos lo único realmente importante: vivir.*

—Robert Louis Stevenson
(1850-1894) *Escritor británico.*

AGRADECIMIENTOS

Quiero comenzar agradeciendo a mis tutores, el Dr. Jorge Ivan Zuluaga, con quien comenzó este proyecto y lo enriqueció con sus sugerencias, y al Dr. Ignacio Ferrín, quien brindó su experiencia en el área de cuerpos menores para culminar este trabajo. A ellos les agradezco por sus críticas constructivas y por "adaptarse" y mi peculiar ritmo de trabajo.

En esta etapa de la vida, de crecimiento personal y académico que tuvo lugar en la universidad, logré conocer personas a las que aprecio y quiero mucho. Para comenzar, quiero darle mis más profundos agradecimientos a mi mejor amigo, David Muñeton, quien rompió la historia de mi vida en dos y que también me soportó en todos esos cambios y momentos de enojo. A él le doy gracias por esos momentos en el que me brindó su apoyo incondicional y que siempre voy a recordar. También extiendo mis agradecimientos a otro de mis amigos, Sebastian Sanchez ("Puche"), con quien pasé largas noches de estudio y que también estuvo en esos momentos de cambio. También agradezco a un personaje muy peculiar, al señor Juan Guillermo por esas conversaciones y discusiones tan enriquecedoras que desarrollábamos en el balcón, junto con Esteban Quintero y Juan José. Asimismo, agradezco a Luis Fernando Quiroga por prestarme su equipo *Kratos*, en donde hice las simulaciones. Le extiendo las gracias a Sebastian Bustamante ("el Binney"), a los muchachos de Astronomía: Nicolas Giraldo, Malory Agudelo, Jorge Villa, y a todas las demás personas que no alcancé a mencionar pero que también son merecedoras.

Por último, agradezco a mi madre por ese apoyo que me dió para estudiar esta carrera a pesar de los inconvenientes en el camino, y por sus sacrificios. A ella le dedico con orgullo este logro. También agradezco a mi hermana por ser la persona que estuvo conmigo en Medellín durante esta etapa.

CONTENIDO

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | CONCEPTOS BASICOS EN MECÁNICA CELESTE | 1 |
| 1.1 | Introducción | 1 |
| 1.2 | Problema de los dos cuerpos | 2 |
| 1.2.1 | Ecuación de la orbita | 2 |
| 1.2.2 | Velocidad y Energia de las órbitas | 4 |
| 1.3 | Orbita en el Espacio | 6 |
| 1.4 | Problema de los Tres cuerpos | 8 |
| 1.4.1 | Problema Restringido De Los Tres Cuerpos | 8 |
| 2 | CUERPOS MENORES DEL SISTEMA SOLAR | 17 |
| 2.1 | Introducción | 17 |
| 2.2 | Definición | 18 |
| 2.3 | Asteroides | 19 |
| 2.3.1 | Distribución y Localización | 20 |
| 2.4 | Cometas | 25 |
| 2.4.1 | Distribución y Localización | 27 |
| 2.4.2 | Reservorio de Cometas | 30 |
| 3 | HISTORIA DE IMPACTOS EN JÚPITER | 37 |
| 3.1 | Introducción | 37 |
| 3.2 | El caso del Shomeaker-Levy 9 | 37 |
| 3.2.1 | Breve nota histórica | 37 |
| 3.2.2 | Estudios dinámicos hechos sobre el SL9 | 38 |
| 3.2.3 | Tasa de impactos en Júpiter | 45 |
| 3.2.4 | Otros de eventos de impactos | 47 |
| 4 | ESTUDIO DEL EVENTO DE IMPACTO DEL 2009 | 51 |
| 4.1 | Modelo del Impacto | 51 |
| 4.1.1 | Determinación de las coordenadas del punto de impacto | 51 |
| 4.1.2 | Determinación de la velocidad de Impacto | 55 |
| 4.2 | Herramientas computacionales | 57 |
| 4.2.1 | SPICE | 58 |
| 4.2.2 | Mercury | 58 |
| 4.3 | Parámetros de la Simulaciones y modelo orbital | 60 |
| 5 | RESULTADOS Y CONCLUSIONES | 63 |
| 5.1 | Distribuciones de elementos orbitales | 63 |
| 5.1.1 | Distribución del semieje mayor | 63 |
| 5.1.2 | Distribución de la excentricidad | 66 |
| 5.1.3 | Distribución del radio de periapsis | 66 |
| 5.1.4 | Distribución del afelio | 69 |
| 5.1.5 | Distribución de la Inclinación | 70 |
| 5.1.6 | Distribución del parámetro de Tisserand | 72 |
| 5.2 | Algunos diagramas de correlación | 73 |
| 5.2.1 | Excentricidad vs Semieje mayor | 73 |

| | | |
|--------------|--------------------------------------|----|
| 5.2.2 | Radio del peripasis vs Excentricidad | 75 |
| 5.2.3 | Perihelio vs Afelio | 76 |
| 5.2.4 | Histograma de Captura | 81 |
| 5.3 | Discusión y conclusiones | 87 |
| BIBLIOGRAFIA | | 89 |

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Posiciones de la partícula de masa m_1 y m_2 con respecto a un sistema de referencia inercial, y la posición relativa \mathbf{r} de la partícula 2 con respecto a la partícula 1 2
- Figura 2 Órbitas obtenidas al solucionar el problema de los dos cuerpos: (a) órbita elíptica, (b) órbita parabólica y (c) órbita hiperbólica. Cada órbita se muestra con algunos de sus parámetros geométricos mas importantes 5
- Figura 3 Órbita en el Espacio 7
- Figura 4 Posición del cuerpos de masa infinitesimal, respecto a los cuerpos m_1 , m_2 . Se puede ver dos sistemas de referencia: un sistema inercial XYZ y un sistema rotante xyz fijo a los cuerpos 1 y 2, que se ubican en su eje x . El sistema rotante gira con una velocidad angular ω igual ala de los cuerpos 1 y 2. 9
- Figura 5 Posición de una partícula respecto a un sistema inercial SI y a un sistema no inercial SR que rota con una velocidad angular ω y que tiene su origen en R_0 10
- Figura 6 Se muestran gráficamente los puntos colineales de Lagrange, $L1, L2, L3$. Para este gráfico se tomó $\mu = 0.3$ por lo que $x_1 = -0.3$ y $x_2 = 0.7$. 11
- Figura 7 Superficie de cero velocidad para el sistema Tierra-Luna. Se muestran los 5 puntos de Lagrange del sistema (Imagen tomada de [21]) 13
- Figura 8 Se muestran algunos asteroides a escala, para comparar sus tamaños. 20
- Figura 9 Se muestra la distribución de asteroides localizadas entre Marte y Júpiter. En azul claro se muestra los *Asteroides cercanos a la Tierra*(NEA's), en azul oscuro se muestra el grupo de asteroides *Hildas*, en negro se muestran los asteroides del cinturón principal (*Main asteroid belt*) y en rojo se muestran los troyanos. (Imagen tomada de http://www.astro.ncu.edu.tw/index_e.shtml?res/column/mops_alert_server.html) 21
- Figura 10 (a) Distribución de asteroide en el cinturón principal ubicado entre Marte y Júpiter. (b) Gráfico de dispersión entre la inclinación y el semieje mayor (Imagen tomada de [15]) 22
- Figura 11 Órbitas tipo Tadpole y Hosershoe 23
- Figura 12 Distribución de algunos elementos orbitales y de la Magnitud absoluta 24
- Figura 13 Cometas *Hale Bopp* y *Halley* 26

| | |
|-----------|---|
| Figura 14 | Se muestra la estructura interna del cometa, indicando la composición y dimensión adquirida por sus componentes (cola y coma) 27 |
| Figura 15 | Inclinación <i>versus</i> Semieje mayor para los cometas conocidos. (Imagen tomada de [15]) 28 |
| Figura 16 | Distribución del inverso del semieje mayor. Esta distribución está directamente relacionada con la distribución de energía 29 |
| Figura 17 | Clasificación de los cometas de acuerdo a: (a) su periodo orbital, (b) al parámetro de Tisserand 31 |
| Figura 18 | Escala de la nube de oort 32 |
| Figura 19 | Gráfico de la Excentricidad vs semieje mayor. Se muestran los objetos del cinturón de Kuiper más importantes dinámicamente. Las dos curvas corresponden a órbitas con $q = 30$ AU y $q = 40$ AU 33 |
| Figura 20 | Gráfico de la excentricidad vs semieje mayor para asteroides (amarillos), Familia de cometas de Júpiter (azules) y cometas del cinturón principal conocidos (círculos rojos). Tomado de [12] 34 |
| Figura 21 | Diagrama que muestra el destino que puede sufrir un cometa. Las flechas indican el destino que puede seguir el cometa perteneciente al grupo indicado en la casilla. Las flechas con “?” indican que posiblemente puede suceder dicho proceso pero aún no ha sido observado. HFC: Halley Family Comets, JFC: Jupiter Family Comets, LPC: Long Period Comets, MBC: Main Belt Comets. Tomado de [10] 35 |
| Figura 22 | Fotografía de los 21 fragmentos del cometa Shoemaker-Levy 9, después de fragmentarse al tener un encuentro cercano con Júpiter por debajo del límite de Roche. Esta imagen fue tomada en Mayo 17 de 1994. (Imagen tomada de [7]) 38 |
| Figura 23 | Imagen de las manchas generadas por el impacto de los fragmentos del Shoemaker-Levy 9, en el hemisferio sur de Júpiter. (Imagen tomada de [7]) 39 |
| Figura 24 | Órbita del Shoemaker-Levy 9 vista desde la tierra en Mayo 15 de 1994, corresponde a la última órbita seguida antes de impactar y después de tener un encuentro cercano y fragmentarse. (Tomado de [4]) 40 |
| Figura 25 | Tabla que resume la localización y tiempo de impacto de los fragmentos del Shoemaker-Levy 9. (Esta tabla fue tomada de Chodas y Yeomans, 1996 [4]) 40 |
| Figura 26 | Histograma de captura que muestra la fecha más probable en la que el cometa Shoemaker-Levy 9 fue capturado. (Imagen tomada de [4]) 41 |

- Figura 27 Órbita jovicéntrica seguida por el cometa Shoemaker-Levy 9 desde su captura, mostrada en un sistema rotante centrado en Júpiter. La curva punteada indica la última órbita seguida por el cometa después de fragmentarse. (Tomada de [4]) 42
- Figura 28 Órbita Jovicéntrica seguida por el fragmento L en un sistema de referencia rotante centrado en Júpiter (Imagen tomada de [2]). 43
- Figura 29 Evolución temporal de los elementos orbitales del fragmento Q, durante la captura. Aquí, h corresponde a la magnitud del momento angular específico, h_z (línea punteada) corresponde a la componente z del momento angular específico (Imagen tomada de [2]) 43
- Figura 30 (a) Diagrama de dispersión del semieje mayor y la excentricidad para las 850 posibles órbitas heliocéntricas que pudo seguir el cometa Shoemaker-Levy 9, de la simulación con montecarlo hecha por Chodas y Yeomans. (Imagen tomada de [4]). (b) Diagrama de dispersión del semieje mayor y la excentricidad para la simulación hecha por Benner y Mckinnon. (Imagen tomada de [2]) 44
- Figura 31 Tabla que muestra el número total de cuerpos que cumple las condiciones mencionadas. (Para una mejor descripción de la tabla, consultar [13]) 45
- Figura 32 Tasa de impactos en Júpiter y Saturno en función del diámetro del cometa, obtenido del conteo de cráteres en sus lunas principales. (Para una mejor descripción de la gráfica, consultar [24]) 46
- Figura 33 Tasa acumulativa de impactos en Júpiter en función del tamaño del objeto *impactor*. (Imagen tomada de [20]) 47
- Figura 34 Imagen del impacto del 3 de Junio del 2010, tomada por Anthony Wesley. 48
- Figura 35 Imagen del impacto del 20 de Agosto del 2010. 48
- Figura 36 Imagen del impacto del 10 de Septiembre del 2012. 49
- Figura 37 Medidas manuales tomadas, para determinar las coordenadas cartesianas de la mancha 52
- Figura 38 Sistema de Referencia axial, centrado en Júpiter (Sistema planetocéntrico) 53
- Figura 39 Sistemas de coordenados utilizados para determinar las coordenadas del evento 54
- Figura 40 Sistema coordinado de la velocidad. θ_0 y ϕ corresponden a la colatitud y longitud de la mancha respectivamente 55

- Figura 41 (a) Inclinación de la mancha con respecto al círculo de latitud igual a la altitud de la mancha. (b) Proyección ortográfica de la zona de la mancha; se muestra la dirección de entrada del bolido (línea continua) y la dirección de la pluma de eyección. (línea punteada) [Tomada de [20]] 56
- Figura 42 (a) Distribución de frecuencias del semieje mayor para los objetos *impactores* de la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa del semieje mayor para los cuerpos de prueba de la misma simulación 64
- Figura 43 (a) Distribución de frecuencias de la energía de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa de la energía 65
- Figura 44 (a) Distribución de frecuencias de la excentricidad de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa de la excentricidad 67
- Figura 45 (a) Distribución de frecuencias del radio del periapsis y (b) Distribución acumulativa de la excentricidad, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. Se muestran por separado las distribuciones para órbitas elípticas e hiperbólicas. 68
- Figura 46 (a) Distribución de frecuencias y (b) Distribución acumulativa del afelio, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. 69
- Figura 47 Distribución de la inclinación para los cometas periódicos. 70
- Figura 48 (a) Distribución de frecuencias y (b) Distribución acumulativa de la inclinación, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. Se muestran por separado las distribuciones para órbitas elípticas e hiperbólicas. 71
- Figura 49 (a) Distribución de frecuencias del parámetro de Tisserand para la simulación de 50 yr, (b) Distribución de frecuencias del parámetro de Tisserand para la simulación de 70 yr (ambas para órbitas elípticas). 72
- Figura 50 (a) Diagrama ilustrativo de la excentricidad vs el semieje mayor, donde se muestran la naturaleza del cuerpo de acuerdo al par de elementos orbitales a y e . (b) Curvas de e vs a para distintos valores del parámetro de Tisserand (T). La línea negra punteada localizada en $a = 5.02$ UA6 corresponde al semieje mayor de Júpiter 74
- Figura 51 Diagrama de correlación entre la excentricidad y el semieje mayor para las órbitas elípticas obtenidas en la simulación de 70 yr 75
- Figura 52 Diagrama de correlación entre el semieje mayor y la excentricidad para órbitas elípticas e hiperbólicas obtenidas en la simulación de 70 yr 76

- Figura 53 Diagrama de correlación del radio del periapsis y la excentricidad, para la simulación de 70 yr (este diagrama contiene las órbitas hiperbólicas, elípticas y parabólicas obtenidas en la simulación) 77
- Figura 54 Diagrama de correlación entre la excentricidad y la energía, para la simulación de 70 yr 77
- Figura 55 (a) Diagrama de correlación del perihelio y el afelio con Q menores a 50 UA. (b) Diagrama de correlación del perihelio y el afelio con Q entre 0 y 500 UA, ambas para la simulación de 70 yr. 78
- Figura 56 Diagrama de correlación del semieje mayor y la excentricidad para valores grandes del semieje mayor. La curva azul corresponde a $T=2$ y la roja corresponde a $T=3$; la región entre estas dos curvas pertenece a los cometas de periodo corto mientras que la región por encima de la curva azul corresponde a los cometas de periodo largo 79
- Figura 57 Distribución del periodo orbital de los cuerpos con órbitas elípticas obtenidos en la simulación. Los cometas de periodo corto (SPC) tienen periodos menores a 200 años mientras que los cometas de periodo largo (LPC) tienen periodo orbital mayor a 200 años. 80
- Figura 58 Diagrama de Correlación entre el parámetro de Tisserand y el semieje mayor. Se cruzan las líneas $T=3$ y $a = 5.2$ UA y se muestra el porcentaje de cuerpos en cada región. 80
- Figura 59 (a) Histograma de captura que muestra la fecha (año) más probable en la que el objeto impactador pudo haber sido capturado en una órbita jovicéntrica o impactado directamente a Júpiter. La línea vertical divide al histograma en dos regiones: órbitas jovicéntricas ($Time < 2009$) y órbita directa ($Time > 2009$), y se muestra el porcentaje de cuerpos en cada región. (b) Histograma logarítmico del tiempo de captura. 82
- Figura 60 Evolución temporal de los elementos orbitales de una de las órbitas obtenidas en la simulación, (a) respecto al sol y (b) respecto a Júpiter. 83
- Figura 61 (a) Proyección en el plano XY y (b) Diagrama 3D, de la órbita heliocéntrica de uno de los cuerpos capturados obtenidos en la simulación de 70 años. La velocidad de impacto de este cuerpo es 59.498 km/s. 85
- Figura 62 (a) Proyección en el plano XY y (b) Diagrama 3D, de la órbita jovicéntrica de uno de los cuerpos capturados obtenidos en la simulación de 70 años. La velocidad de impacto de este cuerpo es 59.498 km/s. La esfera en azul representa a la SOI (*Sphere of Influence*) 86

Figura 63 Mapa de calor de la ascensión recta y declinación de cada cuerpo al final de su órbita (4 meses después del impacto). 87

LISTA DE TABLAS

| | |
|---------|--|
| Tabla 1 | Algunos parámetros característicos de las orbitas del problema de los dos cuerpos. 7 |
| Tabla 2 | Datos medidos manualmente, para determinar la longitud ϕ_0 y la colatitud θ_0 planetocéntrica de la mancha 53 |
| Tabla 3 | Algunos de los parámetros de configuración de las simulaciones (parámetros de la integración y parámetros para generar las condiciones iniciales). N_{sim} corresponde al número de integraciones hechas o número de simulaciones. Δt corresponde al tamaño de paso utilizado para generar el t de impacto. 61 |

CONCEPTOS BASICOS EN MECÁNICA CELESTE

1.1 INTRODUCCIÓN

El estudio del movimiento de los astros es una actividad que se ha hecho desde la existencias de civilizaciones antiguas. El hombre siempre se ha sentido intrigado por los fenómenos astronómicos y le ha dado muchos significados, desde explicaciones mitológicas hasta explicaciones científicas. A pesar de muchos intentos de explicar el movimiento de los astros y de muchas observaciones hechas, fue hasta el año 1609 que se pudo dar una explicación satisfactoria al movimiento de los planetas alrededor del Sol. El trabajo de *Johannes Kepler* propone tres leyes que llevan su nombre, que explican de forma matemática éste hecho con base en datos empíricos. Décadas después se desarrolló una teoría que no solo explicaba el movimiento de los astros sino que también daba un fundamento físico, haciendo que esta teoría sea fundamental. Esta es conocida como la *Teoría de la Gravitación Universal* y fue desarrollada por *Sir Isaac Newton* en 1689. Con esta nueva teoría, Newton logró explicar y deducir las leyes de Kepler a partir de primeros principios consolidándose así la teoría.

El estudio del problema de los dos cuerpos y en general del problema de N cuerpos es de mucha importancia puesto que la mayoría de las interacciones que se dan entre estos objetos astronómicos es gravitacional. Algunos logros hechos en este siglo como lo son, poner un satélite en órbita (lo cual permite una comunicación entre y con lugares remotos en el planeta), o el telescopio espacial Hubble o la estación espacial, y sobretodo, la exploración de los planetas del sistema solar y la llegada del hombre a la luna son simplemente el resultado de la Teoría de la Gravitación y la comprensión de la interacción entre dos cuerpos. Otro aspecto que cabe resaltar del problema de los dos cuerpos es que es uno de los pocos problemas que pueden tener solución analítica. Asimismo al ser un problema fundamental, pueden servir como punto de partida para estudiar problemas mas reales y obtener soluciones aproximadas a partir de las soluciones analíticas. En este capítulo veremos algunos conceptos básicos sobre el problema de los dos cuerpos y algunos aspectos del problema de los tres cuerpos.

1.2 PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS

Se tiene dos partículas de masa m_1 y m_2 ubicadas en r_1 y r_2 respectivamente, con respecto a un origen O de un sistema de referencia inercial. Las ecuaciones de movimiento de cada partícula esta dada por \vec{r} :

$$m_1 \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad \text{y} \quad m_2 \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (1.1)$$

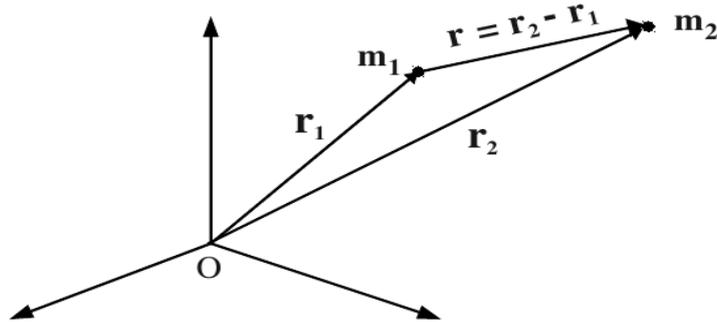


Figura 1: Posiciones de la partícula de masa m_1 y m_2 con respecto a un sistema de referencia inercial, y la posición relativa \mathbf{r} de la partícula 2 con respecto a la partícula 1

restando las dos ecuaciones anteriores se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{d^2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{dt^2} &= \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -G \frac{m_1}{r^3} \mathbf{r}_{21} - G \frac{m_2}{r^3} \mathbf{r}_{12} \\ &= -G \frac{m_1 + m_2}{r^3} \mathbf{r} \end{aligned}$$

donde $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Reescribiendo esta ecuación:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0 \quad (1.2)$$

donde $\mu = G(m_1 + m_2)$ se conoce como parámetro gravitacional y caracteriza al sistema. En muchos casos de aplicación el cuerpo central es mucho mas masivo y se cumple que $m_1 \gg m_2$, tomando $m_1 = M$ y $m_2 = m$ se obtiene que $\mu = GM$. En la mayoría de los casos se utiliza el parámetro gravitacional para caracterizar el sistema y por esta razón no es necesario en ocasiones conocer el valor de las masas individuales de cada cuerpo, así como el valor numérico de G .

1.2.1 Ecuación de la orbita

La ecuación 1.2 es la ecuación diferencial del movimiento relativo para el problema de dos cuerpos y es una ecuación no lineal, sin embargo

existen constantes de movimiento por medio de las cuales se puede obtener información del sistema sin necesidad de conocer la solución a la ecuación. Estas constantes de movimiento se pueden conocer de forma intuitiva con solo un poco de conocimiento de las leyes físicas. Se sabe que estos dos cuerpos interactúan bajo la fuerza gravitacional la cual es una fuerza conservativa, de donde se puede intuir de antemano que la energía del sistema debería conservarse, considerando que solo hay interacción entre estos dos cuerpos y que no hay un agente externo que pueda causar efectos disipativos. De la misma forma se sabe que una fuerza tangencial causa un cambio en el momento angular de un sistema en rotación y en el caso de la fuerza gravitacional, la cual es una fuerza central se podría intuir que el momentum angular se conserva.

Para determinar algunas propiedades de la orbita, se efectúa el producto vectorial entre el momentum angular específico ($\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$) y la ecuación 1.2, y después de algunas simplificaciones e integrar con respecto al tiempo se llega a que: [18]:

$$\mathbf{h} \times \dot{\mathbf{r}} = -\mu \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) - \mu \mathbf{e} \quad (1.3)$$

donde $\mu \mathbf{e}$ es un vector constante que queda determinado de las condiciones iniciales y es conocido como el *Vector de Laplace-Runge-Lenz*. Este vector es una constante de integración que carece de dimensión y que es perpendicular a \mathbf{h} lo cual indica que $\mu \mathbf{e}$ esta en el plano de la orbita.

Haciendo el producto escalar entre \mathbf{r} y la Ecuación 1.3, y después de hacer uso de algunas identidades vectoriales, se obtiene que:

$$h^2 = \mu(r + er \cos f) \quad (1.4)$$

de donde se llega a que:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (1.5)$$

donde $p = h^2/\mu$ y f es la anomalía verdadera. Esta ecuación relaciona la distancia r del cuerpo y el ángulo entre el vector posición con el vector \mathbf{e} que da una dirección de referencia. La Ecuación 1.5 es la ecuación de la trayectoria en coordenadas polares la cual tiene la forma matemática de la ecuación de las secciones cónicas en coordenadas polares con el origen en el foco y el ángulo polar medido con respecto al eje que une el foco con el punto mas cercano . Para las secciones cónicas, p es una constante geométrica llamada *semi-latus rectum*, la constante e es llamada *excentricidad* y es la que determina el tipo de cónica (circulo, elipse, parábola o hipérbola).

De acuerdo a la ecuación 1.5, la trayectoria seguida por el cuerpo¹ es una cónica

¹ En realidad es la solución al movimiento relativo de los dos cuerpos cuyo sistema de referencia esta centrado en el centro de masa, pero en la mayoría de los casos, hay un cuerpo mas masivo que el otro, y por tanto el centro de masa esta cerca del centro éste, por lo que su movimiento es casi despreciable

en cuyo foco se encuentra el cuerpo mas masivo (se asume que $M \gg m$). La distancia del cuerpo satélite varia entre un valor mínimo de :

$$r_{min} = \frac{p}{q + e}, \quad (1.6)$$

para $f = 0$, y un valor máximo de ∞ :

$$r_{max} = \begin{cases} \frac{p}{1 - e} & \text{si } 0 \leq e < 1 \\ \infty & \text{si } e \geq 1 \end{cases} \quad (1.7)$$

El punto mas cercano, (r_{min}) es conocido como *periastro* (o periapsis), el punto mas lejano (r_{max}) es el *apoaastro* y su conexión es conocida como *linea de apsides*. Podemos ver que cuando $f = 0$ el vector \mathbf{e} es colineal con \mathbf{r} , por tanto, la dirección de \mathbf{e} esta dirigida directamente hacia el punto de distancia mínima o periaastro

Como la orbita seguida por el cuerpo es una cónica, su geometría queda determinada por los parámetros h , e y μ . El parámetro μ esta relacionado con la dinámica del problema mientras que los otros dos se relacionan con la geometría de la orbita. Para valores de $e = 0$ se obtiene una *orbita circular* ya que r permanece constante. Para $0 < e < 1$ la orbita es *elíptica* ya que es una orbita ligada, esto es, existe una distancia máxima finita, lo cual indica que el denominador de la ecuación 1.5 debe ser finito para $0 \leq f \leq 2\pi$. Para valores de $e = 1$ el cuerpo describe una *orbita parabólica* en la cual $r \rightarrow \infty$ cuando $f \rightarrow \pm\pi$, y para $e > 1$ la orbita descrita es *hiperbólica* (ver Figura 2).

1.2.2 Velocidad y Energia de las órbitas

La velocidad de un cuerpo que sigue una órbita elíptica esta dada por:

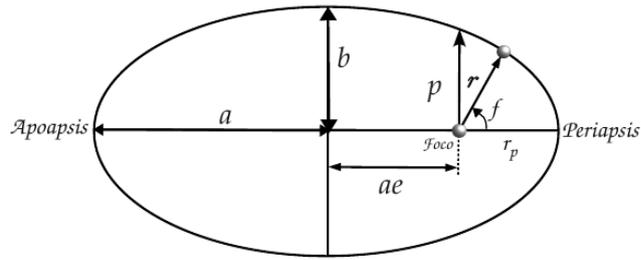
$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (1.8)$$

Otro tipo de orbitas seguida por los cuerpos del sistema solar son las órbitas parabólicas. Este tipo de órbita es característica de aquellos cuerpos que solo pasan una vez dentro dell sistema solar, o de cuerpos que escapan o son eyectados. Para estas orbitas se cumple que la excentricidad es igual a 1 y su ecuación viene dada por:

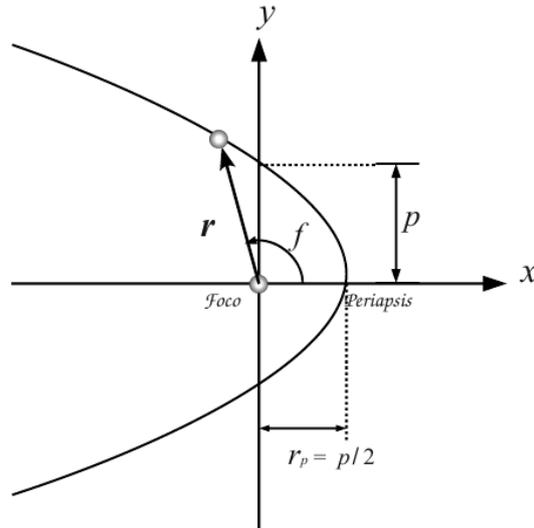
$$r = \frac{p}{1 + \cos f} \quad (1.9)$$

donde p es el único parámetro que permite caracterizarlas. Este parámetro esta relacionado con el radio del periapsis : $r_p = p/2$ (ver Figura 2b). La velocidad en una órbita parabólica esta dada por[19]:

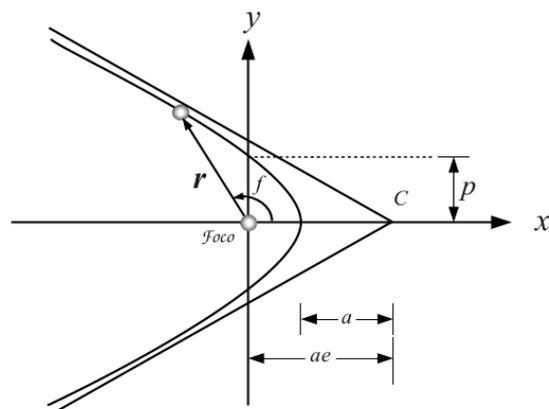
$$V^2 = \frac{2\mu}{r} = 2V_c^2, \quad V_c: \text{Velocidad Circular} \quad (1.10)$$



(a) Elipse.



(b) Parabola.



(c) Hiperbola.

Figura 2: Órbitas obtenidas al solucionar el problema de los dos cuerpos: (a) órbita elíptica, (b) órbita parabólica y (c) órbita hiperbólica. Cada órbita se muestra con algunos de sus parámetros geométricos más importantes

donde se puede observar que para $r \rightarrow \infty$, la velocidad se hace cero, condición que se asume para calcular la velocidad de escape de un cuerpo.

Por ultimo, las orbitas que presentan una excentricidad mayor que la unidad se conocen como órbitas hiperbólicas (Figura 2c) y su ecuación viene dada por:

$$r = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos f} \quad (1.11)$$

El radio del periapsis para estas órbitas es dado por : $r_p = a(e - 1)$, y su velocidad viene dada por:

$$V^2 = \mu \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right) \quad (1.12)$$

Puede verse que cuando $r \rightarrow \infty$, la velocidad tiende al valor de μ/a , lo cual indica que los cuerpos que describan este tipo de órbitas, tendrán una velocidad distinta de cero en el infinito. Para una descripción mas detallada de las órbitas mencionadas aquí, consultar la referencia [19]

ENERGÍA DE LA ÓRBITA

Ahora, la energía específica (energía por unidad de masa) que posee un cuerpo que sigue una órbita elíptica o hiperbólica esta dada por:

$$\mathcal{E} = \pm \frac{\mu}{2a} \quad (1.13)$$

donde el signo menor corresponde a las órbitas elípticas y el signo positivo para órbitas hiperbólicas, y para órbitas parabólicas es fácil ver que $\mathcal{E} = 0$. Algunos autores utilizan la convención de tomar $a < 0$ para cuerpos con órbitas hiperbólicas, por lo que la energía expresada en esta ecuación solo conservaría el signo menos.

Se puede ver que para órbitas elípticas, $\mathcal{E} < 0$ puesto que $a > 0$ por lo que la órbita es ligada y por tanto un cuerpo con dicha orbita queda atrapado dentro del pozo de potencial creado por el cuerpo masivo el cual orbita. De la misma forma se puede ver que para órbitas hiperbólicas se cumple que $\mathcal{E} > 0$ y por tanto no es una orbita ligada. Para el caso de una trayectoria parabólica, la energía es justo igual a cero, lo que indica que el cuerpo con dicha orbita esta en limite en el cual puede escapar de la influencia gravitatoria del cuerpo central, es decir, la velocidad que tiene es la velocidad de escape. Todos estos parámetros mencionados para cada órbita se muestran en la [Tabla 1](#)

1.3 ORBITA EN EL ESPACIO

Recordando que al solucionar el problema de los dos cuerpos, una de las constantes de movimiento relacionada con la conservación del momentum angular, indica que la orbita seguida por los cuerpos esta sobre un plano fijo en el espacio. Sin embargo, los vectores \mathbf{r} y \mathbf{v} pueden estar en el espacio respecto a un sistema de referencia especifico , por ejemplo, en el sistema solar no todas las orbitas están en el mismo plano sino que están inclinadas con respecto a

| ORBITA | e | v^2 | \mathcal{E} | r_p | p |
|-----------|----------------|--|-------------------|----------|------------|
| Elipse | $0 \leq e < 1$ | $\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$ | $-\frac{\mu}{2a}$ | $a(1-e)$ | $a(1-e^2)$ |
| Parábola | $e = 1$ | $\frac{2\mu}{r}$ | 0 | $p/2$ | — |
| Hipérbola | $e > 1$ | $\mu \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right)$ | $\frac{\mu}{2a}$ | $a(e-1)$ | $a(e^2-1)$ |

Tabla 1: Algunos parámetros característicos de las órbitas del problema de los dos cuerpos.

un plano de referencia conocido como la eclíptica. Una órbita en el espacio se diferencia de otra entre otras posibilidades, en la orientación del vector momentum angular específico \mathbf{h} respecto a un sistema fijo, y para caracterizar dicha órbita en el espacio se establecen ciertos parámetros adicionales a los ya mencionados anteriormente (semieje mayor, excentricidad) y poder diferenciar unas de otras. Se considera un plano de referencia el cual se asumirá fijo en el espacio (ver figura 3 , y se define un eje que esta sobre dicho plano conocido como *eje de referencia* y está dirigido hacia un punto de referencia fijo en el espacio llamado *punto de Aries* o *punto Vernal* Υ .

El punto Vernal o punto de Aries se define como el punto de intercepción entre el plano de la eclíptica y el plano del ecuador terrestre. Cuando el sol pasa por este punto, la tierra en el equinoccio de primavera

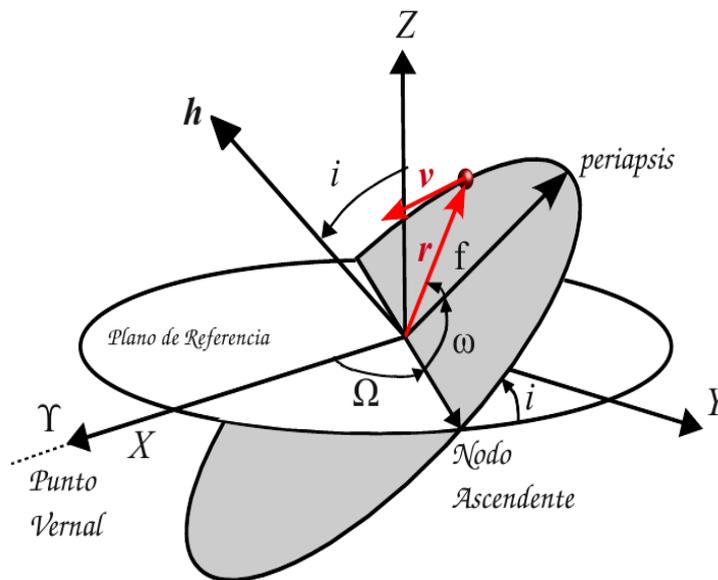


Figura 3: Órbita en el Espacio

Uno de los parámetros utilizados para caracterizar la órbita es la *inclinación* i la cual se define como el ángulo que forma el plano de la órbita con el plano de referencia. La línea formada por la intersección del plano de la órbita con el plano de referencia se le conoce como *Línea de nodos* y su orientación esta dada respecto al eje de referencia; la dirección de la línea de nodos esta determinada por el ángulo Ω llamado *Longitud de nodo ascendente* y se conoce como el

punto en el cual el cuerpo comienza a ascender en la órbita. Para determinar la orientación de la órbita en el espacio basta con localizar la posición del periapsis, la cual se da con respecto a la línea de los nodos; el ángulo medido desde la línea de nodos hasta el periapsis se conoce como el *argumento del periapsis* ω , o argumento del perihelio.

En resumen, para caracterizar una órbita en el espacio hay que tener en cuenta:

- *FORMA Y TAMAÑO*: se determina a través de la excentricidad y el semieje mayor
- *ORIENTACIÓN*: se determina a través de la longitud del nodo ascendente, el argumento del periapsis y la inclinación.
- *POSICIÓN DEL CUERPO EN LA ORBITA*: se establece mediante la *anomalía verdadera* f medida a partir del periapsis

1.4 PROBLEMA DE LOS TRES CUERPOS

Hay un problema el cual se podría decir que es de mucho más interés y fue estudiado inicialmente por Lagrange, y es llamado el *Problema de los tres cuerpos* que es, como su nombre lo dice, un sistema en el que intervienen tres cuerpos que interactúan gravitacionalmente entre sí. En esta sección se estudiará un caso especial de este problema en el cual, se harán ciertas restricciones que facilitan la determinación de soluciones particulares.

1.4.1 Problema Restringido De Los Tres Cuerpos

El *problema restringido de los tres cuerpos* consiste de un sistema de dos cuerpos de masa finita, orbitando alrededor del centro de masa del sistema, y un tercer cuerpo de masa infinitesimal que se mueve alrededor de los otros dos. Debido a su masa infinitesimal, el tercer cuerpo no causa perturbaciones en las órbitas de los otros dos, quienes son los que dominan gravitacionalmente. Este sistema también es conocido como el *Problema de los tres cuerpos restringido circularmente* (CRTBP, de sus siglas en Inglés: Circular Restricted Three Body Problem) y fue estudiado ampliamente por Poincaré y Hill entre otros; por tanto, el sistema se reduce a determinar la posición y velocidad del tercer cuerpo.

INTEGRAL DE JACOBI

Se tiene un sistema de referencia cuyo origen es el centro de masa de los dos cuerpos de masa finita y se toma un eje que rota con los dos cuerpos, de tal forma que éstos permanezcan en el eje x . Se toma como unidad de masa a la suma de las masas de los dos cuerpos, donde cada masa queda está dada $1 - \mu$ y μ , y $\mu \leq \frac{1}{2}$. La unidad de distancia es la separación de los dos cuerpos la cual permanece constante; la unidad de tiempo se escoge de tal forma que

la constante gravitacional G sea igual a la unidad. El sistema rota con una velocidad angular dada por:

$$\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{a^3} = \frac{(1 - \mu) + \mu}{(-x_1 + x_2)^3} = 1 \quad (1.14)$$

donde se ha tomado que a es la distancia entre los dos cuerpos masivos cuyas posiciones están dada por $(-x_1, 0, 0)$ y $(x_2, 0, 0)$ (ver figura 4); se asume que el movimiento de los dos cuerpos masivos sea en el plano xy mientras que el movimiento del tercer cuerpo no está restringido al plano[5]

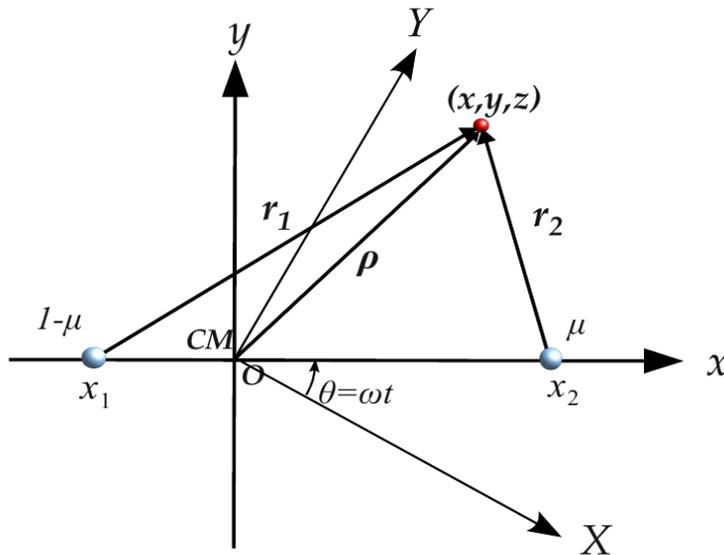


Figura 4: Posición del cuerpos de masa infinitesimal, respecto a los cuerpos m_1, m_2 . Se puede ver dos sistemas de referencia: un sistema inercial XYZ y un sistema rotante xyz fijo a los cuerpos 1 y 2, que se ubican en su eje x . El sistema rotante gira con una velocidad angular ω igual ala de los cuerpos 1 y 2.

Se toman dos sistemas de referencias, uno de ellos esta fijo y el otro rota con la misma velocidad angular de los dos cuerpos masivos de tal forma que éstos siempre permanezcan en el eje x , pero ambos sistemas están centrados en el centro de masa. Con base a esto se tiene que $m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0$, $x_2 - x_1 = 1$, $m_1 = 1 - \mu$, $m_2 = \mu$; de estas condiciones se obtiene que $x_1 = -\mu$ y $x_2 = 1 - \mu$. Como se tiene un sistema el cual rota con una velocidad angular contante y el movimiento de la partícula se va a estudiar con respecto a este sistema, es necesario conocer la dinámica en un sistema rotante. Se sabe que la *aceleración total* de una partícula en un sistema de referencia inercial, \mathbf{a} , respecto a la aceleración de un *sistema rotante* cuyo origen se mueve con una aceleración \mathbf{a}_0 y rota con una velocidad angular ω esta dada por[23]:

$$\mathbf{a}_I = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_R + \frac{d\omega}{dt} \times \mathbf{r} + 2\omega \times \mathbf{v}_R + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) \quad (1.15)$$

donde \mathbf{a}_R es la aceleración de la partícula en el sistema rotante (ver Figura 5). Considerando ahora que el sistema no inercial rota con velocidad angular

constante alrededor del eje z y que ambos sistemas comparten el mismo centro de coordenadas, por lo que $\dot{\omega} = 0$, $\mathbf{a}_0 = 0$, $\mathbf{R} = \mathbf{r}$. Por tanto:

$$\mathbf{a}_I = \mathbf{a}_R + 2\omega\hat{\mathbf{z}} \times \dot{\mathbf{r}} + \omega^2\hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r}) \quad (1.16)$$

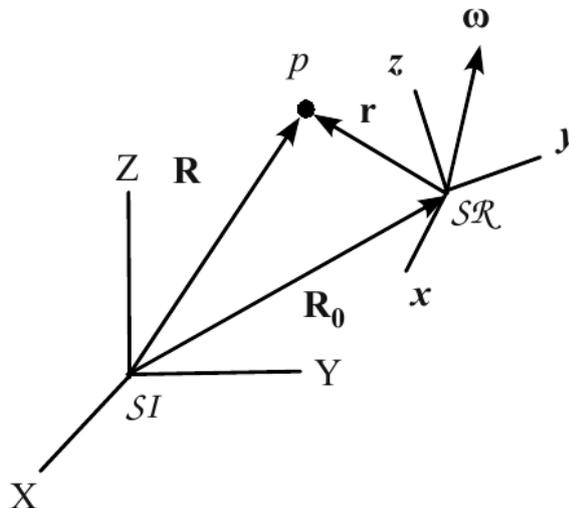


Figura 5: Posición de una partícula respecto a un sistema inercial SI y a un sistema no inercial SR que rota con una velocidad angular ω y que tiene su origen en R_0

Descomponiendo al vector \mathbf{r} en una componente en z y una componente polar: $\mathbf{r} = z\hat{\mathbf{z}} + \boldsymbol{\rho}$, donde $\boldsymbol{\rho}$ es la componente en el plano xy . Haciendo uso de esto, se obtiene que la aceleración de la partícula esta dada por:

$$\mathbf{a}_I = \mathbf{a}_R + 2\omega\hat{\mathbf{z}} \times \dot{\mathbf{r}} - \omega^2\boldsymbol{\rho} \quad (1.17)$$

multiplicando escalarmente a ambos lados por $\dot{\mathbf{r}}$ (teniendo en cuenta que $\mathbf{j} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\rho} \cdot \dot{\boldsymbol{\rho}}$) y por m se obtiene que:

$$\mathbf{F}_I \cdot \dot{\mathbf{r}} = m \left[\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} - \omega^2 \boldsymbol{\rho} \cdot \dot{\boldsymbol{\rho}} \right] \quad (1.18)$$

Considerando que la fuerza \mathbf{F}_I es derivada de un potencial se obtiene que:

$$V - \frac{1}{2}\omega^2\rho^2 + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 = \text{constante} \quad (1.19)$$

Ahora, las coordenadas de la masa infinitesimal en el sistema rotante son (x,y,z) y su distancia a los otros dos cuerpos es:

$$r_1^2 = (x - x_1)^2 + y^2 + z^2$$

$$r_2^2 = (x - x_2)^2 + y^2 + z^2$$

Recordar que el trabajo W_{ab} se define como:
 $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ y es igual al cambio en la energía potencial, por tanto:
 $-dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$

Si $\rho = x^2 + y^2$ y $v = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$ (velocidad de la partícula respecto al sistema rotante), utilizando la [Ecuación 1.19](#) se obtiene que:

$$v^2 = x^2 + y^2 + 2\frac{1-\mu}{r_1} + 2\frac{\mu}{r_2} - C \quad (1.20)$$

donde se utilizó la definición del potencial V , y C es una constante llamada *Constante de Jacobi*. Esta expresión es la *Integral de Jacobi* o integral de energía y es lo único que puede ser obtenido en el problema circular restringido de los tres cuerpos

PUNTOS DE EQUILIBRIO

En el problema de los tres cuerpos podemos encontrar ciertos puntos los cuales dependen de cada sistema (de las condiciones iniciales y de las masas de los dos cuerpos masivo) y que se caracterizan por ser puntos de equilibrios y son llamados *Puntos de Lagrange*; algunos de estos puntos son estables o inestables lo cual depende de su ubicación, por tanto, una partícula que se coloque en estos puntos puede tener la posibilidad de permanecer ahí o simplemente caer o ser expulsado del sistema.

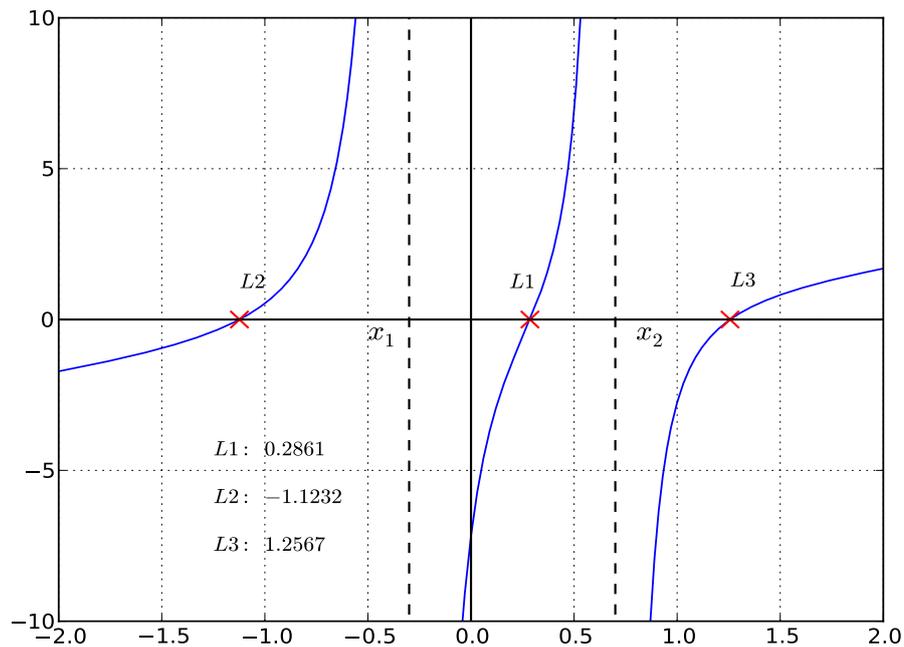


Figura 6: Se muestran gráficamente los puntos colineales de Lagrange, L_1, L_2, L_3 . Para este gráfico se tomó $\mu = 0.3$ por lo que $x_1 = -0.3$ y $x_2 = 0.7$.

Se sabe que en los puntos de equilibrio de un sistema se debe cumplir que la fuerza neta en dicho punto debe ser igual a cero, por tanto, si ésta es

conservativa se obtiene que $\mathbf{F} = -\nabla U = 0$ (condición de equilibrio). Ahora, definamos una función $f(x, y, z)$ como:

$$f(x, y, z) = 2V_{eff} - C \quad (1.21)$$

donde V_{eff} esta dada por el lado derecho de la [Ecuación 1.19](#) (excepto la constante de Jacobi, que se deja de forma explícita en la anterior ecuación). Con base en la condición de equilibrio, los puntos de Lagrange se determinan hallando los valores estacionarios de f :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (1.22)$$

Determinando la derivada parcial respecto a z se obtiene que:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = z \left(\frac{1-\mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right) \quad (1.23)$$

de donde se obtiene que $z = 0$, es decir, los puntos de lagrange están en el plano xy . Con este resultado se determinan las otras condiciones para $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$:

$$x - (1-\mu) \frac{x-x_1}{r_1^3} - \mu \frac{x-x_2}{r_2^3} = 0 \quad (1.24)$$

$$y - (1-\mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3} = 0 \quad (1.25)$$

De la [Ecuación 1.25](#) podemos ver que dicha ecuación se satisface si $y = 0$, y por tanto, la [Ecuación 1.25](#) queda como:

$$x - (1-\mu) \frac{x-x_1}{|x-x_1|^3} - \mu \frac{x-x_2}{|x-x_2|^3} = 0 \quad (1.26)$$

cuya solución da los tres puntos de Lagrange colineales L_1, L_2 y L_3 (ver [Figura 6](#)). Ahora, considerando la solución de la [Ecuación 1.25](#) para el caso $y \neq 0$, se tiene que:

$$1 - \frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} = 0$$

Multiplicando esta expresión, primero por $x-x_2$ y luego por $x-x_1$, y después restando estas dos expresiones a la [Ecuación 1.25](#) se obtiene que:

$$x_2 - (1-\mu) \frac{x_2-x_1}{r_1^3} = 0 \quad (1.27)$$

$$x_1 - \mu \frac{x_1-x_2}{r_2^3} = 0 \quad (1.28)$$

Recordando que $x_1 = \mu$ y $x_2 = 1-\mu$, la solución a estas ecuaciones es: $r_1 = r_2 = 1$. Los puntos de equilibrio obtenidos forman un triángulo equilátero en el plano xy . Estos puntos son los puntos de Lagrange L_4 y L_5 (ver [Figura 7](#))

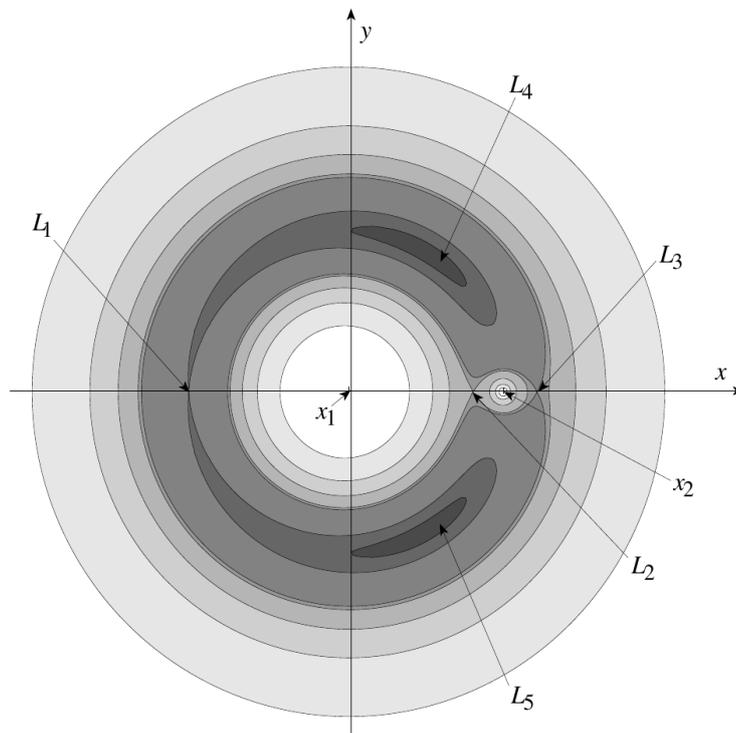


Figura 7: Superficie de cero velocidad para el sistema Tierra-Luna. Se muestran los 5 puntos de Lagrange del sistema (Imagen tomada de [21])

CRITERIO DE TISSERAND

Este criterio fue establecido por *François Félix Tisserand*, astrónomo Francés, quien estudiaba la teoría de captura de cometas por planetas masivos y formuló dicho criterio para establecer la identidad de cometas periódicos. Este parámetro es de mucha importancia al estudiar cometas puesto que permite identificarlos aun si estos son capturados por planetas masivos como Júpiter; cuando un cometa sufre un encuentro cercano con uno de estos planetas gigantes, sus elementos orbitales cambian drásticamente y por tanto no podría ser identificado después del encuentro a menos que se le haya hecho un seguimiento visual. La importancia de este parámetro radica en que es un parámetro que permanece constante y que esta ligado directamente con el parámetro de Jacobi, puesto que el cometa actúa como la partícula infinitesimal del problema de los tres cuerpos, y los otros dos cuerpos masivos corresponden al sol y a uno de los planeta gigantes de nuestro sistema solar (en realidad no necesariamente tienen que ser un planeta gigante, el planeta puede ser cualquiera del sistema solar, pero se sabe que es improbable que un planeta interior modifique la orbita de un cometa). Miremos como determinar este parámetro [5].

Sea \mathbf{r}' el vector posición de la partícula infinitesimal con respecto a un sistema no rotante, y sea un sistema rotante que tiene el mismo origen que el sistema inercial, y rota alrededor del eje z . Por tanto:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} - \hat{\mathbf{z}} \times \boldsymbol{\rho} \quad (1.29)$$

con $\boldsymbol{\rho}$, un vector perteneciente al plano xy cuyas componentes pueden ser $(x', y', 0)$ o $(x, y, 0)$. Ahora

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2 &= \left(\frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right)^2 - 2\left(\frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right) \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \boldsymbol{\rho}) + \rho^2 \\ &= \left(\frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right)^2 - 2\hat{\mathbf{z}} \cdot \left(\boldsymbol{\rho} \times \frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right) + \rho^2 \\ &= \left(\frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right)^2 - 2\hat{\mathbf{z}} \cdot \left(\mathbf{r}' \times \frac{d\mathbf{r}'}{dt}\right) + x^2 + y^2 \end{aligned} \quad (1.30)$$

Reemplazando $\dot{\mathbf{r}}^2$ en [Ecuación 1.20](#), se obtiene que la integral de Jacobi que dada como:

$$\dot{\mathbf{r}}' - 2\hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{r}' \times \dot{\mathbf{r}}') = 2\frac{1-\mu}{r_1} + 2\frac{\mu}{r_2} - C \quad (1.31)$$

Supongamos ahora que nuestro sistema de tres cuerpos esta formado por el Sol y Júpiter, como lo dos cuerpos masivos con masas $1 - \mu$ y μ respectivamente, y por un cometa como el cuerpo de masa infinitesimal. Recordando que ²:

$$\begin{aligned} v'^2 &= \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \\ \hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{r}' \times \dot{\mathbf{r}}') &= \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h} = \sqrt{a(1-e^2)} \cos i \end{aligned}$$

la integral de Jacobi queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i = \frac{2}{r} - \frac{2(1-\mu)}{r_1} - \frac{2\mu}{r_2} + C \quad (1.32)$$

Como el centro de masa esta cerca del centro del sol, se puede asumir que $r \approx r_1$; asimismo, suponiendo que el cometa es observado antes y después del encuentro cercano con Júpiter a una distancia lejana de éste, se puede ver que r_1 y r_2 son lo suficientemente similares y grandes, por tanto:

$$\frac{1}{2a} + \sqrt{a(1-e^2)} \cos i = C' \quad (1.33)$$

con C' una constante. A pesar de que el cometa presente cambios drásticos en sus elementos orbitales al momento de tener un encuentro cercano, este

² La proyección del vector momento angular específico \mathbf{h} con el eje z para una órbita en el espacio esta dado por: $\mathbf{h} \cdot \hat{\mathbf{z}} = h \cos i$, donde $h = \sqrt{\mu a(1-e^2)}$. (Ver [Figura 3](#))

parámetro permanecerá invariable tal que, por ejemplo, si los elementos orbitales de la antigua órbita del cometa son a_1, e_1, i_1 y los de la nueva son a_2, e_2, i_2 , se cumple que:

$$\frac{1}{2a_1} + \sqrt{a_1(1-e_1^2)} \cos i_1 = \frac{1}{2a_2} + \sqrt{a_2(1-e_2^2)} \cos i_2 \quad (1.34)$$

Este es el criterio de Tisserand, que permite identificar cometas periódicos aun después de un encuentro cercano, y como se verá después, también permite establecer familia de cometas

CUERPOS MENORES DEL SISTEMA SOLAR

2.1 INTRODUCCIÓN

La Astronomía de hoy en día abarca muchas áreas de investigación como la cosmología, la astrofísica estelar, la astrofísica extragaláctica entre otras. Se han hecho estudios de modelos de interior estelar así como de su formación, igual que se han hecho con las galaxias. Estos logros han ido de la mano del desarrollo tecnológico, puesto que hoy en día la simulación computacional se ha vuelto una herramienta poderosa para esta área y ha permitido que problemas tan complejos como entender la formación de una galaxia o incluso, determinar la estructura del universo, puedan ser tratados, lo cuales podían ser metas ambiciosas y prácticamente imposibles en siglos pasados. Sin embargo, este desarrollo de la Astronomía moderna y su origen, yace en el estudio de nuestro sistema solar, al ser estos cuerpos celestes los que inspiraron y motivaron a los primeros hombres a estudiar el cielo. Estos hombres cada noche veían objetos brillantes en el cielo que estaban fijos en él, formando figuras peculiares a las que le dieron nombre de acuerdo a su mitología, que hoy son llamadas constelaciones. No obstante, notaron que a diferencia de estos objetos brillantes (estrellas) fijas en el cielo, se podían observar otros puntos brillantes de luz que se movían de forma distinta e inexplicable respecto a las estrellas. Ellos tenían movimientos errantes, de ahí su nombre: *objetos errantes* o *planetas*. Esta fue una de las primeras miradas que hizo el hombre hacia los planetas y su movimiento en el cielo. Hoy en día se sabe que nuestro sistema está formado por ocho planetas y una enorme cantidad de objetos menores como cometas, asteroides, meteoritos, polvo entre otros, y aun se siguen observando nuevos objetos hoy en día en nuestro sistema solar.

Muchos de estos objetos de menor tamaño a los de los planetas que hacen parte de nuestro sistema solar contienen una fracción casi despreciable de la masa del sistema. Sin embargo proporcionan una gran cantidad de información que aporta al estudio de la formación de este sistema. Entender la formación del sistema solar y su evolución, se hace significativo al estudiar otros procesos en el universo, ya que éstos no solo se presentan en sistemas planetarios, sino que también son primordiales para la formación de estrellas, galaxias y el mismo universo. A pesar de que cada uno de éstos sea de naturaleza diferente e involucre procesos que son propios de cada uno y que los diferencia unos de otros, tienen una base que es primordial de cada uno de ellos y es la interacción gravitacional, que hace que sucedan procesos de acreción y consecuentemente la formación de un objeto o sistema. A través de estos procesos de formación se pueden estudiar las condiciones físicas, químicas y dinámicas que dieron la

forma, estructura, composición y distribución de los planetas, y que pueden ayudar a comprender procesos particulares como la formación de la vida en la tierra. Estos cuerpos menores contienen en su interior toda esta información que en cierta forma revelaran hechos que servirán para hacer una biografía de nuestro propio sistema. En este capítulo estudiaremos algunas características, distribución y clasificación de estos cuerpos menores.

2.2 DEFINICIÓN

De acuerdo a la resolución B5 de la Unión Astronómica Internacional [9], se tiene que:

The IAU therefore resolves that planets and other bodies, except satellites, in our Solar System be defined into three distinct categories in the following way:

- ① *A planet 1 is a celestial body that:
 - a) *is in orbit around the Sun,*
 - b) *has sufficient mass for its self-gravity to overcome rigid body forces so that it assumes a hydrostatic equilibrium (nearly round) shape, and*
 - c) *has cleared the neighbourhood around its orbit.**
- ② *A "dwarf planet" is a celestial body that
 - a) *is in orbit around the Sun,*
 - b) *has sufficient mass for its self-gravity to overcome rigid body forces so that it assumes a hydrostatic equilibrium (nearly round) shape*
 - c) *has not cleared the neighbourhood around its orbit, and*
 - d) *is not a satellite.**
- ③ *All other objects 3 ,except satellites, orbiting the Sun shall be referred to collectively as "Small Solar System Bodies".*

Los cuerpos menores del sistema solar son todos aquellos cuerpos que no presentan característica de planeta o de planeta enano o satélite. Estos objetos no solo se diferencian de un planeta por su falta de equilibrio hidrostático o su tamaño, sino también en su órbita o localización. Se puede encontrar que los cuerpos que cumplen con estas características son:

1. Asteroides

2. **Cometas**
3. **Objetos Trans-Neptunianos** (TNO, de sus siglas en ingles)
4. **Trojanos**

Todos estos cuerpos en general, se ubican en zonas del sistema solar donde su población es estable:

1. Entre Marte y Júpiter
2. En puntos lagrangianos de la órbita de Júpiter
3. Entre Júpiter y Neptuno
4. Mas allá de la orbita de Neptuno

A la primera zona se le llama *cinturón principal* o *cinturón de asteroides*. A los de la zona 2 se les conoce como *asteroides trojanos*. Los que están en la tercera zona se les conoce como objetos *cis-Neptunianos* y están compuesto por los *trojanos de Neptuno* y por los *Centauros*, que son cuerpos de órbita inestable que presentan características de asteroide y cometa. Por último, están los cuerpos en la cuarta zona que son llamados los *trans-Neptunianos*. Además de esto, hay dos reservorios de cuerpos menores ubicados mas allá de la órbita de Neptuno y de grandes proporciones: *El cinturón de Kuiper*, *el disco de dispersión* y *La nube de Oort*. En este capítulo veremos algunos de estos objetos y sus propiedades.

2.3 ASTEROIDES

Los asteroides son cuerpos menores del sistema solar que orbitan alrededor sol con distancias entre Mercurio y Neptuno. No presentan expulsión de gas o polvo y son objetos sólidos. A pesar de estar ubicado en este amplio rango, la mayoría son encontrados en un sector conocido como *cinturón principal*, cuya masa total se estima que es del orden de $5 \times 10^{-4} M_{\oplus}$. Los asteroides pueden ser vistos como planetesimales remanentes que participaron muy poco en el proceso de formación y evolución del sistema solar([6]). Sin embargo, en el transcurso de la evolución del sistema, estos han sufrido procesos de colisión en el cinturón principal causando pérdida de información respecto a su dinámica en los estadios de formación, sin embargo su fragmentación proporciona pequeños fragmentos provenientes de su núcleo y son conocidos como *meteoritos*.

El primer asteroide descubierto fue el *Ceres 1*, por el astrónomo siciliano Giuseppe Piazzi en 1801, cuando buscaba planetas perdidos entre el espacio que hay entre la órbita de Marte y Júpiter, basado en resultados teóricos de la época. El segundo asteroide descubierto fue el *Pallas* en 1802 por Williams Olbers en la misma zona. Fue Sir William Herschel quien atribuyó el nombre a estos objetos que, por ser cuerpos que orbitan alrededor del sol pero que no eran resolubles al ser observados a través de un telescopio, así como las

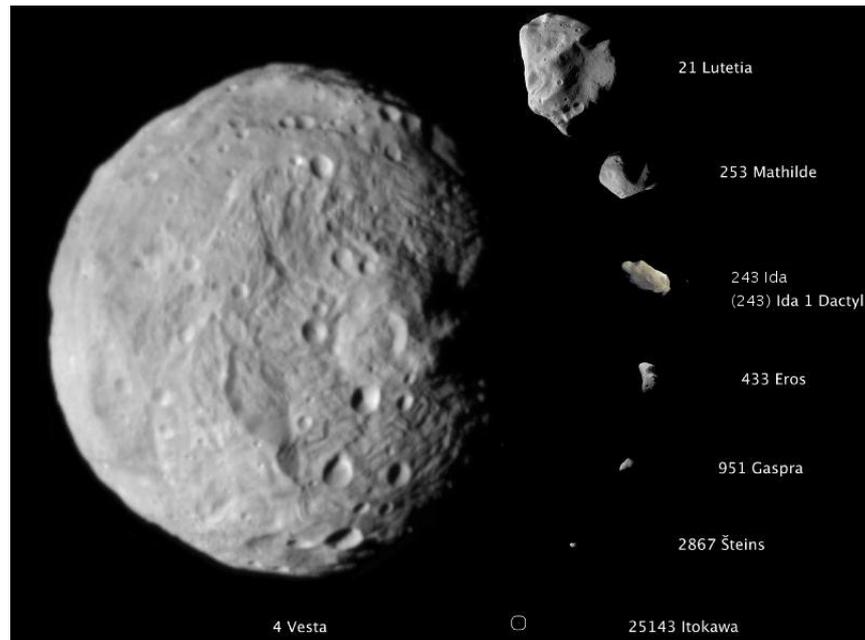


Figura 8: Se muestran algunos asteroides a escala, para comparar sus tamaños.

estrellas, se les podía referir con el nombre de *aster*, raíz griega que significa estrella simple.([15]).

Aunque los asteroides orbiten alrededor del sol y sean cuerpos solidos así como lo planetas, no son considerados como tal e incluso como planetas enanos debido a que su tamaño es pequeño comparado con éstos así como su forma, que puede ser irregular en algunos caso. Además, se diferencian de otros cuerpos menores en lo relacionado con su composición y su estructura. Los asteroides son cuerpos solidos rocosos mientras que otros cuerpos menores están compuesto de polvo y volátiles. Sin embargo, hay algunos cuerpos que presentan ambas características (de asteroide y de cometa) ya que están compuestos de gases y a la vez son sólidos. No obstante, están lo suficiente lejos del sol evitando tener encuentros cercanos que calienten su superficie, y por tanto mantienen una temperatura lo suficientemente fría en su superficie que les permite que los gases de su interior estén congelados ([15]). Por estas características se les atribuye el nombre de centauros, en alusión a la figura mitológica de Grecia, mitad hombre y mitad caballo.

2.3.1 Distribución y Localización

Como se había mencionado anteriormente, los asteroides se distribuyen entre la órbita de Mercurio y Neptuno pero la mayoría de la población esta ubicada en el cinturón principal y se estima que haya aproximadamente 600,000 asteroides en todo el sistema solar. Este cinturón contiene los asteroides mas brillantes. También podemos encontrar asteroides ubicados en los puntos de Lagrange del sistema Júpiter-Sol, pero son difíciles de observar debido a que están muy distantes y tienen poco albedo. Están los centauros con orbitas inestables, ubicados entre Júpiter y Urano y sus órbitas cruzan uno o mas de los planetas

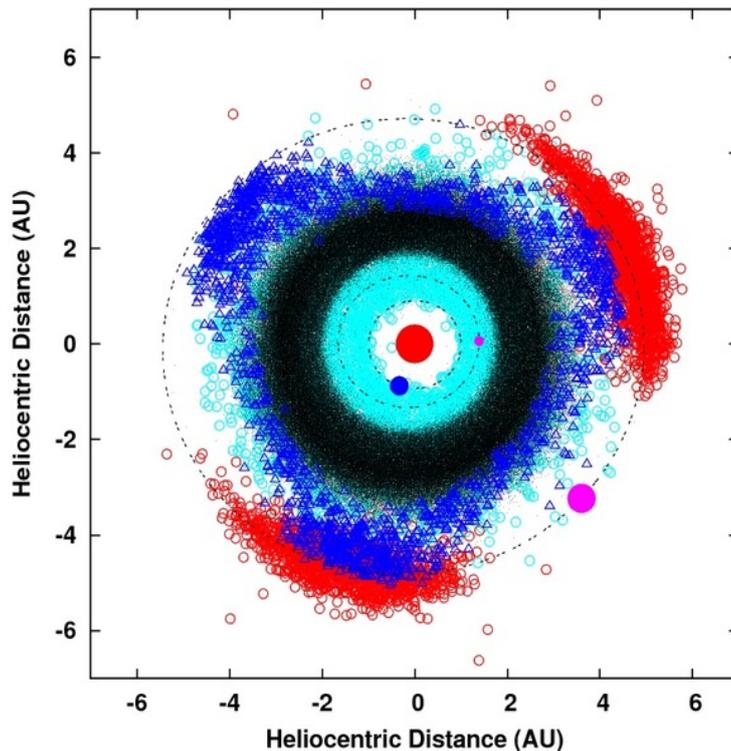
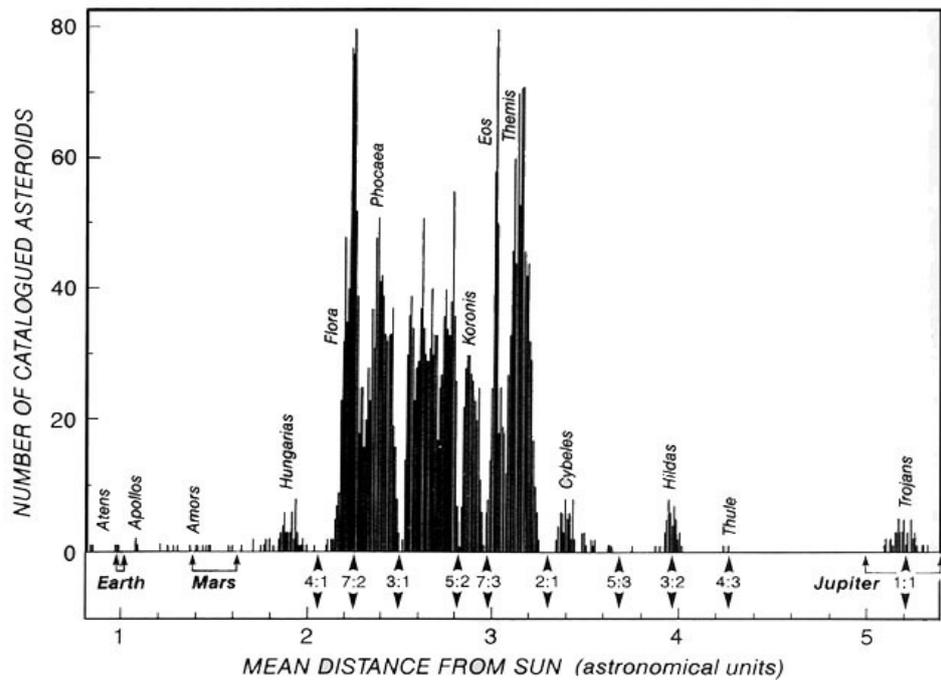
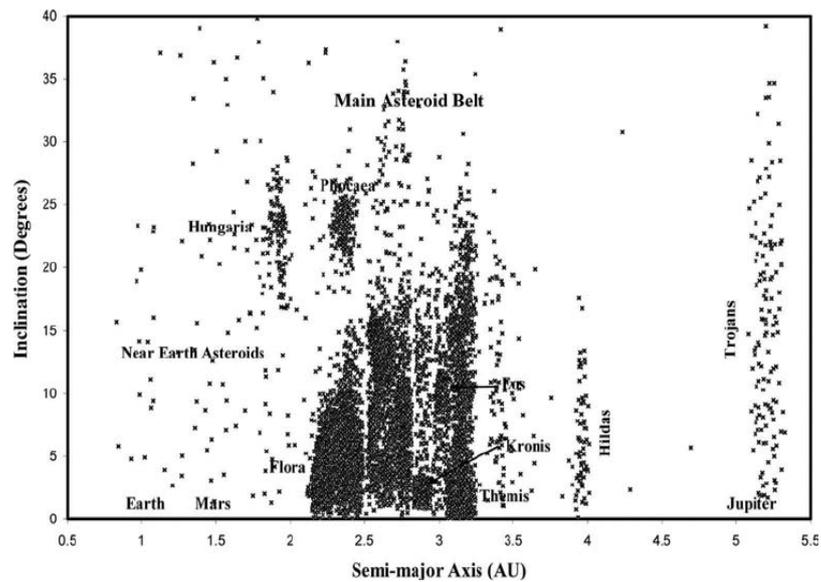


Figura 9: Se muestra la distribución de asteroides localizadas entre Marte y Júpiter. En azul claro se muestra los *Asteroides cercanos a la Tierra* (NEA's), en azul oscuro se muestra el grupo de asteroides *Hildas*, en negro se muestran los asteroides del cinturón principal (*Main asteroid belt*) y en rojo se muestran los troyanos. (Imagen tomada de http://www.astro.ncu.edu.tw/index_e.shtml?p=res/column/mops_alert_server.html)

gigantes. Los asteroides del cinturón principal se ubican entre 2.0 y 3.5 UA del sol y como se puede ver en la [Figura 10b](#), se distribuyen en subgrupos. Se puede observar que hay ciertas brechas en la distribución de semieje mayor que hace que se formen estos grupos o familias; estas brechas son conocidas como las *brechas de Kirkwood*, en honor a *Daniel Kirkwood* quien fue el primero en notar las brechas en el año 1867. Estas brechas o *gaps* son producidas por efectos de resonancia entre los asteroides y Júpiter, aunque no son observables en la distribución espacial mostrada en la [Figura 9](#) puesto que los asteroides presentan un amplio rango de excentricidades y atraviesan constantemente estos gaps. Estos efectos de resonancia se da cuando dos cuerpos se ejercen una influencia gravitacional de forma periódica y regular por lo que sus periodos están relacionados por la razón de dos números enteros. Por ejemplo, el [Figura 10a](#) se muestra que el grupo de asteroides *Hildas* presenta una resonancia 3:2 con Júpiter, lo que quiere decir que por cada 3 órbitas que completa un asteroide Hilda, Júpiter completa 2. De la misma forma se puede ver que, a una distancia promedio de 3.3 UA, se pueden encontrar cuerpos que tienen la mitad del periodo orbital de Júpiter (tienen una resonancia 2:1). A una distancia de 5.2 UA se encuentran los asteroides troyanos que presentan una resonancia de 1 : 1 como es de esperarse, puesto que comparten aproximadamente la misma con Júpiter. Pueden haber efectos de resonancia



(a)



(b)

Figura 10: (a) Distribución de asteroide en el cinturón principal ubicado entre Marte y Júpiter. (b) Gráfico de dispersión entre la inclinación y el semieje mayor (Imagen tomada de [15])

debido a los otros planetas, pero estos son aleatorios por lo que al final si se considera el efecto a largo plazo (sumando las perturbaciones) se obtiene un efecto casi nulo sobre las órbitas de estos asteroides. No obstante para el caso en que los asteroides presentan periodos orbitales que son aproximadamente múltiplos enteros del periodo orbital de Júpiter se presentan estos efectos de

resonancia, tal como se puede ver en la [Figura 10a](#). Esto quiere decir que, estos asteroides van a sentir la perturbación de Júpiter en el mismo lugar. Estas perturbaciones causadas por Júpiter producen zonas caóticas cerca de estos puntos de resonancia, llevando a que algunos asteroides sufran cambios abruptos en sus excentricidades y por tanto a ser expulsados del cinturón principal o colisionar con un planeta u otro asteroide. Hay que tener en cuenta que estos efectos causados por Júpiter en las excentricidades de los asteroides no produce ningún cambio en el semieje mayor de éstos. Lo único que cambiara es el perihelio y el afelio. Esto hace que los asteroides tengan encuentros mas cercanos con el sol y que atraviesen la orbita de Marte y sientan una perturbación de este planeta lo que podría ser otro agente que modifique sus elementos orbitales causando posteriormente que este sea expulsado o que colisione con el sol u otro planeta. Hay un grupo peculiar en esta zona y esta formado por los asteroides *Hildas*, que presentan una resonancia 3:2 y están localizados al exterior del cinturón principal a 3.9 UA aproximadamente. Esto permite que éstos tengan encuentros cercanos con Júpiter y por ende la posibilidad de escapar o colisionar, y se les considera como pequeño reservorio de objetos de este gigante de gas.

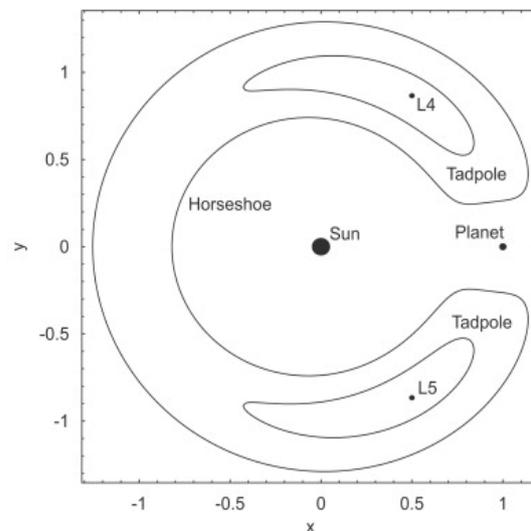


Figura 11: Órbitas tipo Tadpole y Hosershoe

En el caso de los asteroides troyanos, por estar en los puntos de Lagrange L_4 y L_5 , sus orbitas son algo peculiares y diferentes del resto de los asteroides. En un sistema en el cual hay cuerpos que se encuentran en los puntos de Lagrange L_4 y L_5 pueden describir dos tipos de órbitas una en la cual orbita alrededor del punto de Lagrange y otra que le permite orbitar ambos puntos pasando por el punto L_3 . Estas orbitas son conocidas como *orbitas tadpole* (renacuajo) y *horseshoe* (herradura) (ver [Figura 11](#), [6])

En la figura [Figura 12](#) se muestra la distribución de algunos elementos orbitales, así como de la Magnitud absoluta. Se puede ver que la magnitud absoluta presenta una distribución bien definida con un máximo en $M \approx 16.5$. Como es de esperarse, estos objetos presentan una magnitud muy débil lo que los hace ser difíciles de observar.

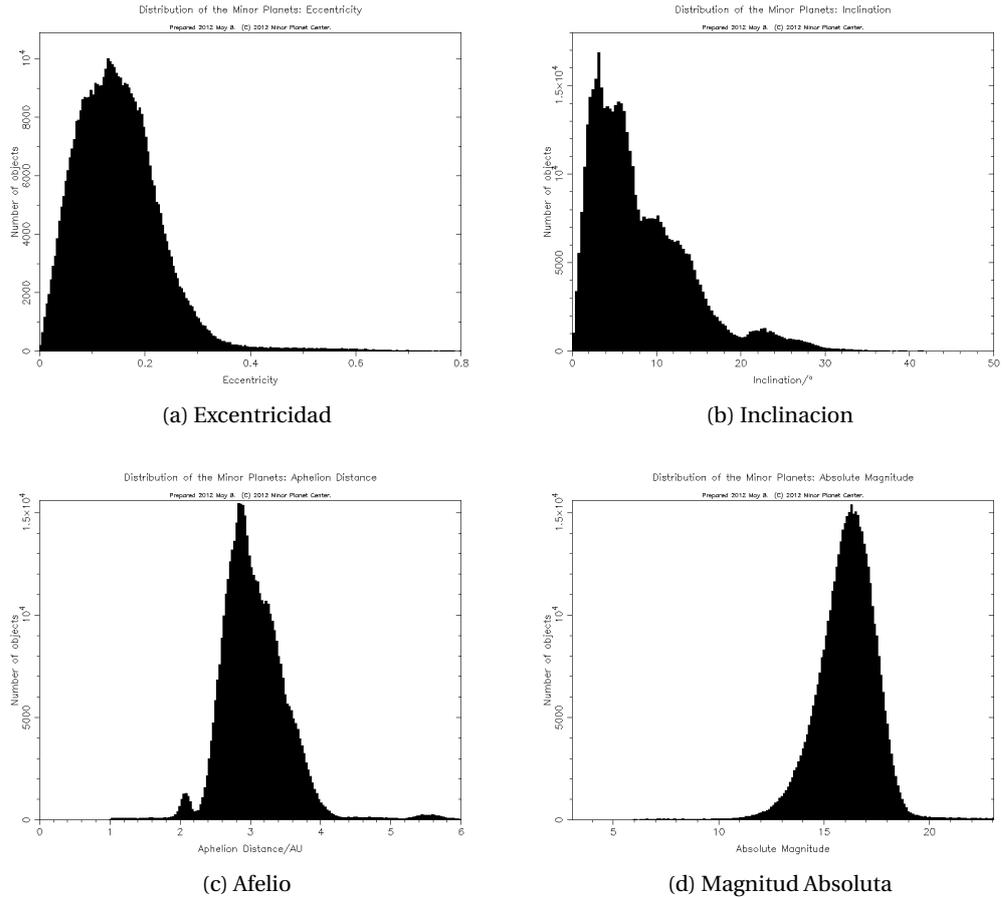


Figura 12: Distribución de algunos elementos orbitales y de la Magnitud absoluta

Puede notarse también que la distribución de la excentricidad de los asteroides del cinturón principal (ver [Figura 12a](#)) tienen una forma bien definida y que puede ser bien descrita por una distribución de Rayleigh, sugiriendo un estado de cuasiequilibrio([6]):

$$N(e) \propto \frac{e}{e_*} \exp\left(-\frac{e^2}{e_*^2}\right) \quad (2.1)$$

donde e_* es la excentricidad media y tiene un valor de $e_* \approx 0.14$ ([6]), el cual es un parámetro de ajuste de la curva. La mayoría de los asteroides observados en el cinturón principal presentan tamaños en el rango aproximado de 10 – 30 km de radio. Sin embargo este rango esta cerca de límite mínimo de todos los asteroides. El número de asteroides crece rápidamente a medida que el tamaño de estos decrece, aunque presentan mas probabilidad de colisión con asteroides mas grandes. Estos asteroides de menor tamaño se estiman que son fragmentos colisionales de asteroides mas grandes y son difíciles de observar para diámetros menores a 10 km debido a su bajo albedo. Los procesos de colisión juegan un papel importante en la evolución de asteroides de tamaños pequeños, puesto que se estima que en los asteroides de gran tamaño su

dimensión no ha cambiado desde la época de formación. La distribución de tamaños de los asteroides sigue una ley de potencia dada en forma diferencial:

$$N(R) = N_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-\gamma} \quad (2.2)$$

donde R es el radio del asteroide, tal que $R_{min} < R < R_{max}$, N_0 y R_0 son parámetros dados por la distribución, y $N(R)dR$ es el número de asteroides con radios entre R y $R + dR$. A veces es más útil determinar la función acumulativa, que en este caso esta expresada por:

$$N_{>}(R) = \int_R^{\infty} N(R')dR' = \frac{N_0}{\gamma - 1} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{1-\gamma} \quad (2.3)$$

donde $N_{>}(R)$ es el número de asteroides con radios mayores a R . Se estima teóricamente que una población de asteroides que interactúan colisionalmente esta descrita por una ley de potencias con $\gamma = 3.5$. Esta pendiente indica que la mayoría de la masa de los asteroides esta distribuida en los mas grandes y el área superficial esta distribuida en los asteroides pequeños([6]).

Los procesos de colisión depende de la velocidad relativa y del tamaño de los asteroides, así como de su composición. En grandes colisiones los asteroides de mayor dimensión podían fragmentarse en partes mucho mas pequeñas que se dispersaban de forma independiente pero con elementos orbitales similares. Estos fragmentos con elementos orbitales similares forman familia de asteroides y son llamados en general como *Familia de Hirayama*, en honor al astrónomo japonés Kiyotsugu Hirayama (1874-1943) quien fué el primero en descubrir esta familia de asteroides en 1918 (Wikipedia). Se han descubierto ocho grandes familias de este tipo y mas de 100 formada por pequeños asteroides han sido reportados, mas no se afirma que sean Hirayama. Lo curioso es que a pesar de que haya la teoría de que se hayan formado por colisión, solo cinco de las pequeñas familias presentan composición similares ([6]).

2.4 COMETAS

Al igual que los asteroides, los cometas son los fragmentos restantes o incompletos de procesos de acreción que dieron lugar a la formación del sistema solar, sin embargo presentan características que los hace diferentes a otros cuerpos menores. Por lo general los asteroides están compuestos por materiales rocosos y metálicos, mientras que los cometas son cuerpos que están compuestos primordialmente por rocas y hielo. Esto se debe a que los cometas se han formado en regiones muy retiradas del Sol donde los elementos volátiles que lo conforman están congelados.

Una de las características que resaltan a los cometas del resto de cuerpos menores es la *larga cola* que desarrolla cuando se va acercando a su perihelio (Figura 13a), de ahí su nombre, que se deriva del griego $\kappa\omega\mu\eta\tau\eta\xi$ que significa *larga cabellera*. Básicamente un cometa está formado por un pequeño núcleo

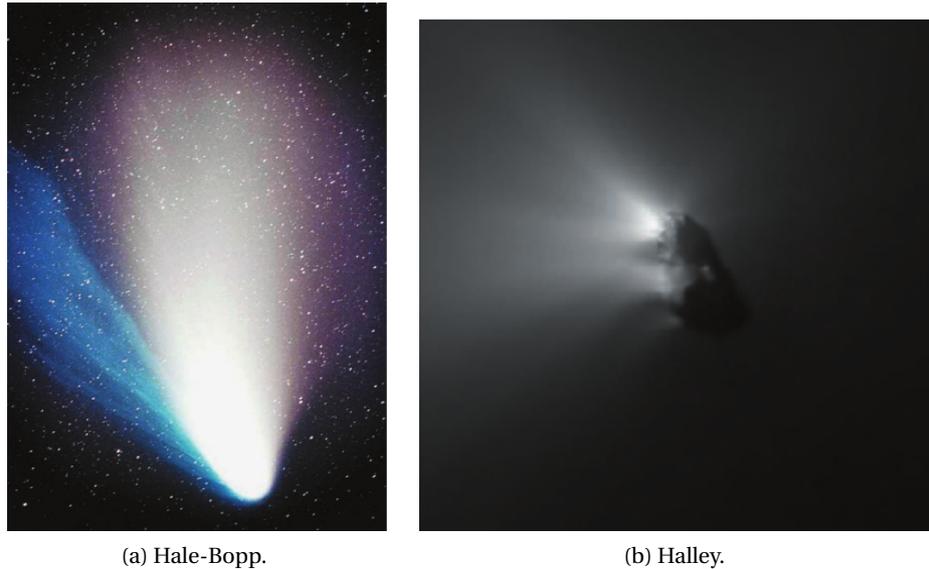


Figura 13: Cometas *Hale Bopp* y *Halley*

el cual tiene solo unos kilómetros de diámetro y es un simple cuerpo hecho de hielo rotante cubierto por una capa delgada de polvo, pero que la mayoría de las veces que es observado está rodeado por una nube de gas y polvo conocida como *la coma* y cuyo diámetro esta alrededor de $10^4 - 10^5$ km. Hay otra capa que rodea al cometa y a la coma y que no puede ser observada a simple vista; esta capa es conocida como la *coma de hidrógeno* y tiene una extensión de millones de kilómetros. Cuando el cometa se va acercando al perihelio, la presión de radiación arrastra partículas de polvo de la coma en una dirección radial y saliente de la coma formándose así la *cola de polvo*; sin embargo, a medida que las partículas de la cola se alejan del cometa, su velocidad comienza a disminuir a causa de la conservación del momento angular por lo que ésta comienza a curvarse en dirección opuesta a la del movimiento del cometa. Algunos cometas pueden mostrar una segunda cola que va en dirección radial y opuesta al sol y esta formada por iones que son arrastrados de la coma por los vientos solares; esta cola es conocida como la *cola de iones* (ver [Figura 14](#)). Estudiar la dinámica orbital de un cometa resulta ser un trabajo complicado, puesto que estos están sometidos frecuentemente a *efectos no gravitacionales*: a medida que éste se acerca a su perihelio, comienza a perder masa debido a la sublimación de los hielos que lo conforman. Sobre el cometa se genera un efecto de cohete producido por las fuerzas de reacción causadas por la sublimación; esto hace que el cometa se acelere o se desacelere lo que ocasiona que sus elementos orbitales cambien. Muchos de estos efectos son complejos y difíciles de estudiar de forma analítica, además de que éstos no ocurren de la misma forma para cada cometa; la expulsión de gases sobre el cometa ocurre de forma irregular y puede inducirle una precesión y rotación que pueden variar cada vez que éste se acerque a su perihelio.

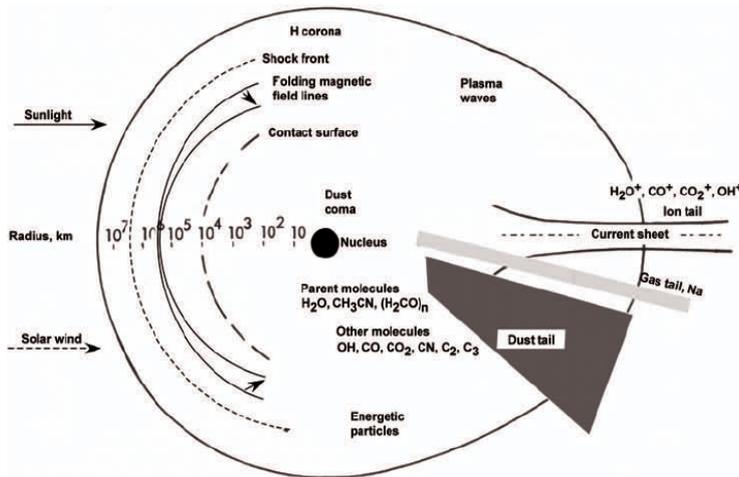


Figura 14: Se muestra la estructura interna del cometa, indicando la composición y dimensión adquirida por sus componentes (cola y coma)

2.4.1 Distribución y Localización

Históricamente se había clasificado a los cometas de acuerdo a su periodo orbital, y se habían dividido en dos grandes grupos: los *Cometas de periodo largo* (Long Period Comets, LPC) y los *Cometas de periodo corto* (Short Period Comets, SPC); se consideraba LPC a aquellos que tuvieran un periodo orbital mayor a los 200 años, mientras que los SPC eran aquellos con $P < 200$ yr. Esta clasificación permitía a los astrónomos determinar si un nuevo cometa descubierto ya había sido observado anteriormente, sin embargo no era muy adecuada especialmente para aquellos cometas con periodos mayores a 200 yr. La precisión de los datos astrométricos tomados para dicho cometa al pasar por su perihelio no sería lo suficientemente buena como para lograr establecer que la observación de un "nuevo" cometa descubierto correspondan a un cometa que fue observado hace 200 años. Hoy en día se utiliza una clasificación dinámica, físicamente más razonable para catalogar a los cometas, haciendo uso de un parámetro conocido como el **parámetro de Tisserand** dado por:

$$T_J = \frac{a_J}{a} + 2\sqrt{(1 - e^2)\frac{a}{a_J}} \cos i \quad (2.4)$$

donde a_J es el semieje mayor de Júpiter y a, e, i son el semieje mayor, excentricidad e inclinación del cometa respectivamente; este parámetro no es más que una aproximación a la constante de Jacobi del problema restringido de los tres cuerpos. Este parámetro comenzó a ser utilizado para clasificar cometas o asteroides, ya que cuando uno de estos objetos tiene un encuentro cercano con un planeta masivo cuando pasa por su perihelio, el parámetro de Tisserand permanece aproximadamente constante permitiendo que el objeto pueda ser identificado después de dicho encuentro, a diferencia de los elementos orbitales, que pueden sufrir cambios drásticos.

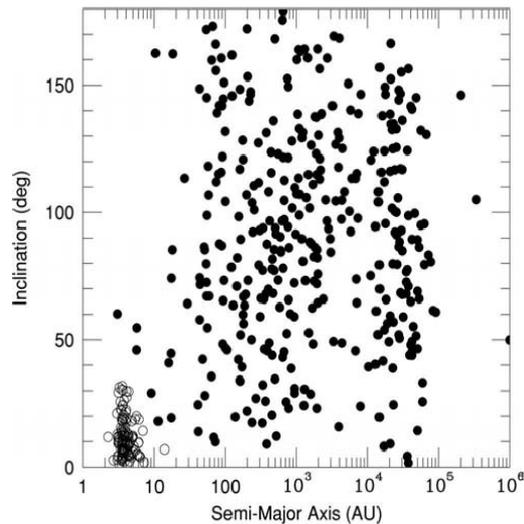


Figura 15: Inclination *versus* Semieje mayor para los cometas conocidos. (Imagen tomada de [15])

De acuerdo con este parámetro, la primera clasificación de los cometas se puede hacer tomando $T = 2$. Los objetos o cuerpos con $T < 2$ son llamados *Nearly Isotropic* y como su nombre lo indica, presentan una distribución isotrópica en la inclinación, mientras que los cuerpos con $T > 2$ se les llama *Cometas Eclípticos* y presentan bajas inclinaciones. Veremos a continuación una descripción de estos dos grandes grupos:

COMETAS ECLÍPTICOS Su nombre viene del hecho de que éstos presentan bajas inclinaciones, i.e. su plano orbital es cercano al plano de la eclíptica (o al plano medio del sistema solar), y se dividen en tres subgrupos que son diferenciados de acuerdo a su dinámica. Los cometas con parámetro de Tisserand entre dos y tres ($2 < T < 3$) son llamados *cometas de la familia de Júpiter* por que su dinámica esta dominada por este planeta y porque su órbita cruza la de éste. Los cometas con $T > 3$ se caracterizan por ser cuerpos cuyas órbitas no cruzan la órbita de Júpiter y por tanto están desacoplados de éste. Los cometas con $T > 3$ y con un semieje mayor menor que el de Júpiter (órbitas internas) son llamados cometas *tipo Encke* en alusión a uno de sus miembros, el 2P/Encke que es un cometa muy conocido. Los cometas con $T > 3$ y semiejes mayores superior al de Júpiter (órbitas externas) son llamados cometas *tipo Chiron*, nuevamente, en alusión a uno de sus miembros, el 95P/Chiron. Los cometas de este grupo si bien no cruzan la órbita de Júpiter, pueden cruzar la órbita de los otros gigantes gaseosos, por tanto su dinámica puede estar dominada por uno de éstos. Hay que recordar que esta clasificación se hace basada en argumentos dinámicos, por lo que no es una clasificación absoluta, e.g, el cometa 95P/Chiron también es considerado un miembro de la población conocida como *centauros*, que en su mayoría son asteroides.

NEARLY ISOTROPIC COMETS Una de las características principales que identifica a este grupo es su amplio rango en inclinaciones (puntos rellenos

en la [Figura 15](#)) lo que hace que su distribución sea aproximadamente isotrópica. Se dividen en dos grupos: los cometas *nuevos* (new comets) y los cometas “*retornantes*”¹ (Returning comets). Los cometas *nuevos* son aquellos que entrar por primera vez al sistema planetario, y los cometas “*retornantes*” son los cometas que han pasado varias veces por el sistema planetario. Esta clasificación resulta de analizar la distribución del inverso del semieje mayor de los cometas, que esta relacionado directamente con la energía de enlace de éstos

Recordar que la energía de ligadura de un cuerpo del sistema solar esta dada por $\mathcal{E} = -\frac{GM_{\odot}}{2a}$. Para órbitas parabólicas, $\mathcal{E} = 0$

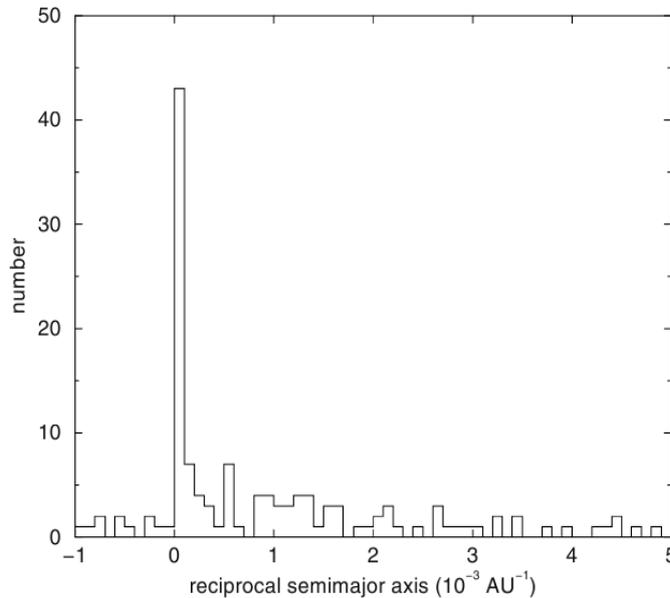


Figura 16: Distribución del inverso del semieje mayor. Esta distribución esta directamente relacionada con la distribución de energía

En la [Figura 16](#) se muestra la distribución que fue obtenida integrando hacia atrás en el tiempo la órbita de los cometas conocidos hasta antes de su ingreso al sistema solar (ver [\[15\]](#)). En la distribución puede verse un pico alrededor de $1/a \approx 10^{-4} \text{ AU}$ que corresponde a un semieje mayor $a = 10,000 \text{ AU}$ indicando que una gran cantidad de cometas están localizados a esta distancia pero que no pueden ser observados por lo lejanos que están. Fue gracias a esto que el astrónomo Jan Oort logró concluir que hay una gran nube de cometas esféricamente simétrica rodeando al sistema solar y es un reservorio de cometas conocido como *la nube de Oort*. La mayoría de los cometas ubicados en la nube de Oort nunca han entrado al planeta, sin embargo su localización hace que efectos de marea debido a la galaxia tomen importancia y puedan causar ciertas perturbaciones sobre alguno de éstos. Cuando un cometa de la nube de Oort es perturbado al pasar por primera vez a través sistema planetario recibe una energía 10 veces mayor aproximadamente, que la que tenía inicialmente cuando estaba en el pico ([\[15\]](#)) lo que hace que éste difícilmente regrese a la distribución inicial. Por esta razón son llamados cometas *nuevos* ya que ingresan al sistema planetario

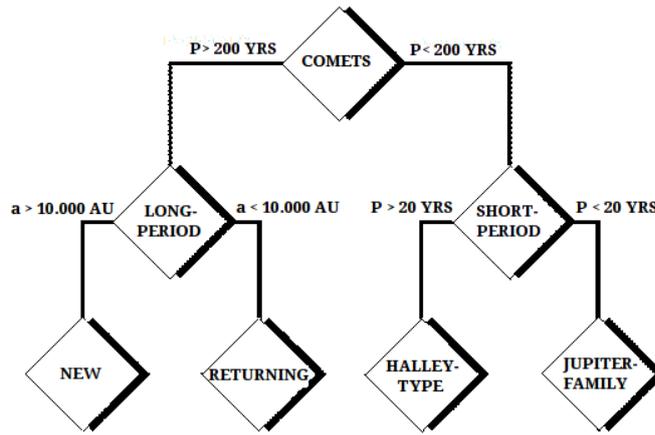
¹ Esta palabra es una especie de neologismo, resultado de la traducción del ingles de la palabra *returning*

al salir de esta nube y quedan con órbitas internas o dan simplemente pasos sucesivos a través del sistema. Si un cometa tiene semieje mayor menor a 10,000 AU probablemente fue un objeto que estaba en la nube de Oort y que ya había atravesado el sistema planetario varias veces. Estos cometas que salieron de la nube de Oort y alcanzaron semiejes mayores menores que 10,000 son conocidos como los *returning comets* y se puede ver que una frontera entre estas dos clases (nuevos y returning) esta dada en $a = 10,000$ AU. Hay que aclarar que un cometa nuevo, si bien es cierto puede cruzar la orbita de algunos planetas, no significa que pueda ser observado puesto que para poder alcanzar orbitas interiores (perihelios menores a 2.0 UA) tienen que dar varias vueltas alrededor del sistema hasta que algún gigante gaseoso le de una “patada” a órbitas mas interiores. Los *returning comets* a su vez se dividen en dos grupos, de acuerdo a su dinámica: Los cometas *tipo Halley* y los *exteriores*. Los cometas *tipo Halley* son aquellos cometas que tienen semiejes mayores pequeños, lo suficiente como para que puedan entrar en resonancia con algún gigante gaseoso. Estos efectos de resonancia hacen que el cometa cambie su inclinación y excentricidad, o que quede protegido de encuentros cercanos con dicho planeta o con otros (queda temporalmente atrapado por dicho planeta con el que entra en resonancia). Los cometas perteneciente al subgrupo de *exteriores* son aquellos que tienen orbitas externas que impiden que se den estos efectos de resonancia con los gigantes de gas. Se estima que la frontera entre estos dos tipos esta dado para un semieje mayor $a = 40$ AU. En la [Figura 17](#) se puede ver de forma esquemática la clasificación de cometas establecida; se muestra adicionalmente un diagrama de clasificación de acuerdo al periodo orbital.

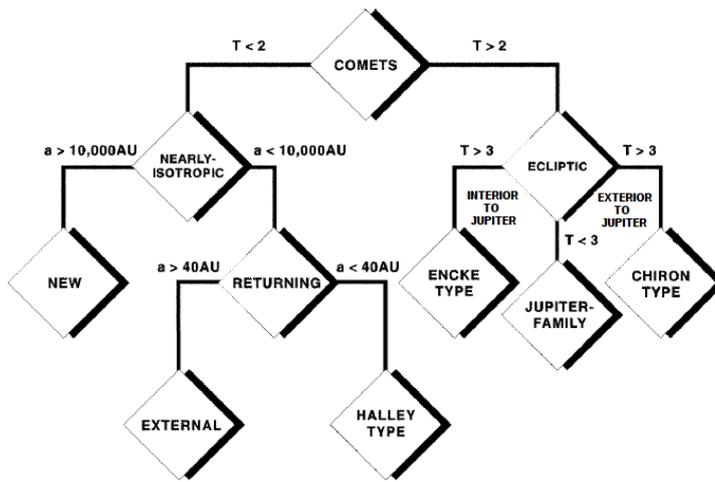
2.4.2 Reservoirio de Cometas

El estudio de la evolución orbital de algunos de los cometas observados ha permitido inferir de manera teórica la existencia de ciertas regiones en donde están almacenado estos cuerpos. Se estima que estos reservorios almacenan una gran cantidad de cuerpos que fueron remanentes del procesos de formación del sistema solar, pero solo unos cuantos pueden ser observados cuando ingresan al sistema solar interno ya que estos reservorios están ubicados en zonas externas al sistema planetario. En el sistema solar hay dos grandes reservorios conocidos: *La nube de Oort* y el *Disco de dispersión*. A continuación veremos sus principales características.

LA NUBE DE OORT La nube de Oort es una nube esférica masiva formada por cometas y es el reservorio de los cometas de periodo largo (LPC). Se estima que la nube de Oort comienza entre los 2000 AU y los 5000 AU y se extiende hasta una distancia de 50000 - 100000 UA que es aproximadamente un año-luz (lyr). Esta región esférica fue nombrada así después de que el astrónomo danés Jan Hendrik Oort (1900-1992) propusiera su existencia en 1950 y es una región hipotética puesto que no ha sido observada de forma directa, sin embargo la comunidad científica la acepta debido a los argumentos dinámicos en los que se fundamenta. El número de cometas en esta nube se estimó comparando la



(a) Clasificación temporal



(b) Clasificación dinámica

Figura 17: Clasificación de los cometas de acuerdo a : (a) su periodo orbital, (b) al parámetro de Tisserand

rata, con la que llegan los cometas *nuevos* al sistema planetario con la tasa de escape de cometas debido a la perturbación externa al sistema solar (efectos de marea debido a la galaxia, o el encuentro cercano con alguna estrella). Se estima que el número de cuerpos es del orden de $10^{11} - 10^{12}$ ([11]). La masa total de la nube de Oort es un poco mas difícil de determinar ya que esta depende muchos factores que no se conocen de forma exacta, sin embargo se puede hacer un estimativo: si se supone que ésta está formada por cometas con radio de 1 km y densidad igual a la del agua, su masa combinada podría estar localizada en el rango $0.1M_{\oplus} - 1.0M_{\oplus}$ ([11]).

Los cuerpos de la nube de Oort solo pueden ser observados cuando ingresan al sistema solar interno, i.e, cuando la órbita de uno de éstos es perturbada por alguno de los gigantes gaseosos tal que su perihelio sea menor a 2 UA. Los cometas *nuevos* solo pueden salir de regiones de la nube de Oort en donde las perturbaciones por fuera de marea causada por la galaxia son

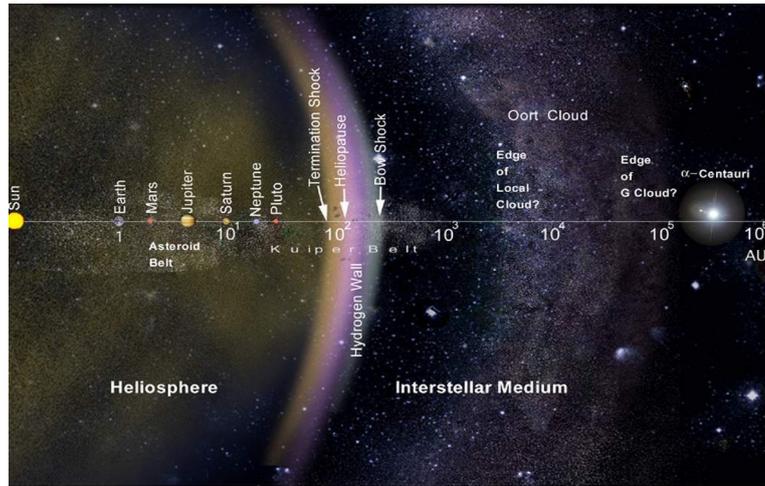


Figura 18: Escala de la nube de oort

lo suficientemente fuertes como para causar un cambio en el perihelio de la órbita del cometa mayor a 10 UA ($\Delta q \sim 10$ AU), y la escala de tiempo para que este cambio es [15]:

$$\tau_q = 6.6 \times 10^{14} \text{yr } a^{-2} \Delta q / \sqrt{q} \quad (2.5)$$

Solo los objetos para los cuales τ_q es mayor que su periodo orbital son considerados cometas *nuevos* visibles. Hay que tener en cuenta que de la nube de Oort no solo salen cometas sino que también pueden llegar gracias a la perturbación de los planetas gigantes, sin embargo algunas eyecciones pueden ser mas eficientes que otras. Un cometa puede ser eyectado por Júpiter pero la velocidad de escape de éste es de 60 km/s, mientras que la velocidad de escape local del sistema solar es de aproximadamente 20 km/s, lo que causaría que dicho cometa sea expulsado al medio interestelar. En el caso de Urano y Neptuno, la velocidad de escape es de aproximadamente 20 km/s mientras que la del sistema solar es de aproximadamente 8 km/s, lo que hace que un cometa eyectado por éstos se localice de una forma mas eficiente en la nube de Oort.

DISCO DE DISPERSIÓN El disco de dispersión es una estructura o un reservorio donde se concentran los cometas de bajas inclinaciones, y su ubicación está mas allá de la órbita de Neptuno. Hasta 1980 el origen o la existencia de este reservorio era desconocida así como el de los cometas que provenían de él, ya que sus bajas inclinaciones indicaban que no podían venir de la nube de Oort (ver Figura 15). La mayoría de los cometas pertenecientes a la Familia de Júpiter tiene una inclinación promedio de 11° lo que llevó a los dinamistas de la época a proponer que éstos venían de una estructura plana. En 1992 se observó el primer objeto con orbita mayor a la de Neptuno, perteneciente a una población de objetos ubicados en esa región cuyos tamaños variaban (grandes y pequeños). Estos objetos pertenecientes a esta región trans-Neptuniana fueron llamados *Objetos Trans-Neptunianos* (Trans-Neptunian Object, TNO). [15]

La región trans-Neptuniana está poblada por dos tipos de objetos que, aunque compartan la misma región, se diferencian por su dinámica. Uno de estas poblaciones esta conformada por objetos que están en orbitas estables y la mayoría tienen órbitas con perihelios mayores a 40 UA o están en resonancia con Neptuno. A esta población se le conoce como el *CINTURON DE KUIPER*. Este reservorio es el remanente de un disco 10 o 100 veces mas masivo que se formó como un disco de debris del proceso de formación del sistema solar.

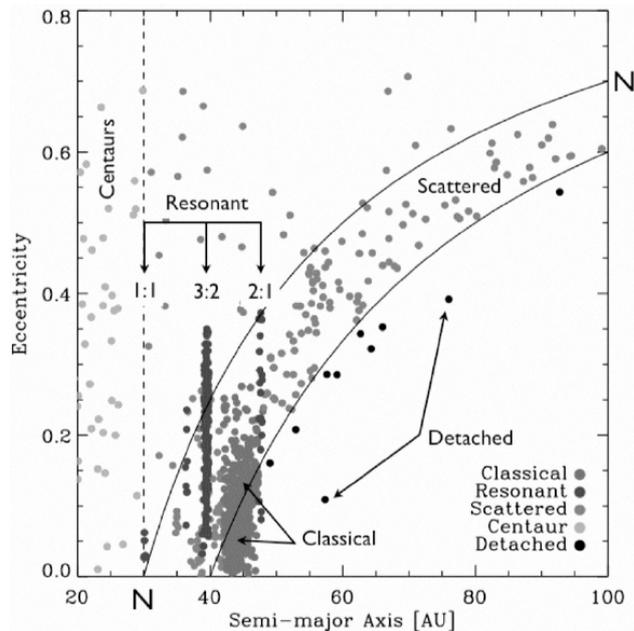


Figura 19: Gráfico de la Excentricidad vs semieje mayor. Se muestran los objetos del cinturón de Kuiper mas importantes dinámicamente. Las dos curvas corresponden a orbitas con $q = 30$ AU y $q = 40$ AU

La mayoría de los objetos del cinturón de Kuiper clásico (objetos con órbitas casi circulares y bajas inclinaciones) se encuentran entre los 40 UA y los 48 UA y tienen excentricidades pequeñas (ver Figura 19). Estos cuerpos en esta zona presentan orbitas muy estables puesto que su perihelio no se aproxima a Neptuno y por tanto no sienten las perturbaciones causadas por este, asimismo hay objetos que están en resonancia con Neptuno. Estas resonancias los protege de encuentros cercanos con dicho planeta y por tanto les hace tener órbitas estables.

El otro tipo de población está formado por objetos cuyos perihelios son lo suficientemente pequeños tal que pueden sentir las fuertes perturbaciones de Neptuno, causando que éstos sean dispersados. Por esta razón a esta población se le conoce como el *Disco de Dispersión*. Esta población, a diferencia del cinturón de Kuiper clásico, es un región muy activa dinámicamente por lo que los objetos que pertenecen a ella escapan poco a poco. Hay dos formas en la que los cuerpos pueden salir del disco de dispersión; en la primera forma el semieje mayor de los cuerpos crece lo suficiente como para que las fuerzas de marea de la galaxia se vuelvan significantes, y comiencen a hacer parte de la nube de Oort, sin embargo esta forma se presenta muy

poco. La mayoría de los objetos evolucionan a órbitas mas internas tal que crucen la órbita de Neptuno. Las perturbaciones causadas por Neptuno para este segundo caso pueden sacar a dichos objetos del disco de dispersión y pueden convertirse en miembros de otra familia u otro reservorio por una fracción de tiempo menor que su tiempo de vida. Por ejemplo, cada uno de tres cometas que salen del disco de dispersión llegan a ser parte de la Familia de Cometas de Júpiter por cierto tiempo. (ver [15]). En la Figura 19 se puede ver una población con excentricidades grandes y semiejes mayores superiores a 40 UA. Se puede ver que estos objetos tienen perihelios entre los 30 UA (Semieje mayor de Neptuno) y los 40 UA, tal que se les puede considerar activos dinámicamente ya que presentan encuentros cercanos con Neptuno. Debido a esto se les puede considerar como miembros del grupo que forman el disco de dispersión. También se puede ver una familia de cuerpos con órbitas cuyos semieje mayor es menor que el de Neptuno, conocidos como los *Centauros*. Éstos no forman parte del cinturón de Kuiper, sin embargo se considera que es formado por objetos que escaparon de dicho reservorio. Estos objetos se localizan entre la órbita de Júpiter y Neptuno (entre las 5 UA y las 30 UA) y son dinámicamente activos puesto que interactúan fuertemente con los planetas gigantes, haciendo que su tiempo de vida sea corto. ([11])

Hay otro grupo de no hace parte de ninguno de estos reservorios pero que son muy importantes puesto que son los mas observados; este grupo es conocido como los *Cometas del Cinturón Principal* (Main Belt Comets, MBC).

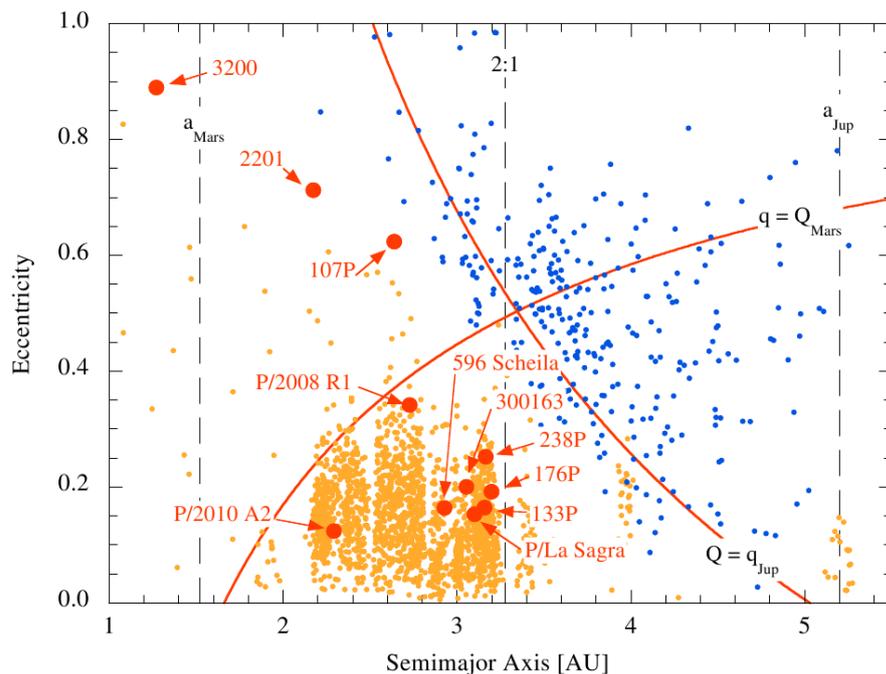


Figura 20: Gráfico de la excentricidad vs semieje mayor para asteroides(amarillos), Familia de cometas de Júpiter (azules) y cometas del cinturón principal conocidos (círculos rojos). Tomado de [12]

Estos objetos se diferencian de los otros cometas por tener órbitas tipo asteroides, es decir, con $T > 3$ y $a < a_j$. Gracias a su naturaleza cometaria

(capacidad de desarrollar una cola) se pueden distinguir de los asteroides, puesto que su dinámica orbital y ubicación es similar tal como se ve en la [Figura 20](#). Estos objetos, al igual que la mayoría de los asteroides, están desacoplados dinámicamente de Marte y Júpiter. Debido a su ubicación y dinámica surge la pregunta sobre si los MBCs pueden haber provenído de la captura de objetos de otra región, tales como la Familia de Cometas de Júpiter o de los cometas de periodo largo. Sin embargo simulaciones dinámicas hechas sugieren de que este mecanismo es muy improbable inclusive si se consideran los efectos no gravitacionales que presenta un cometa. Por lo tanto, los cometas del cinturón principal son considerados como asteroides que presentan expulsión de gases como los cometas (ver [10])

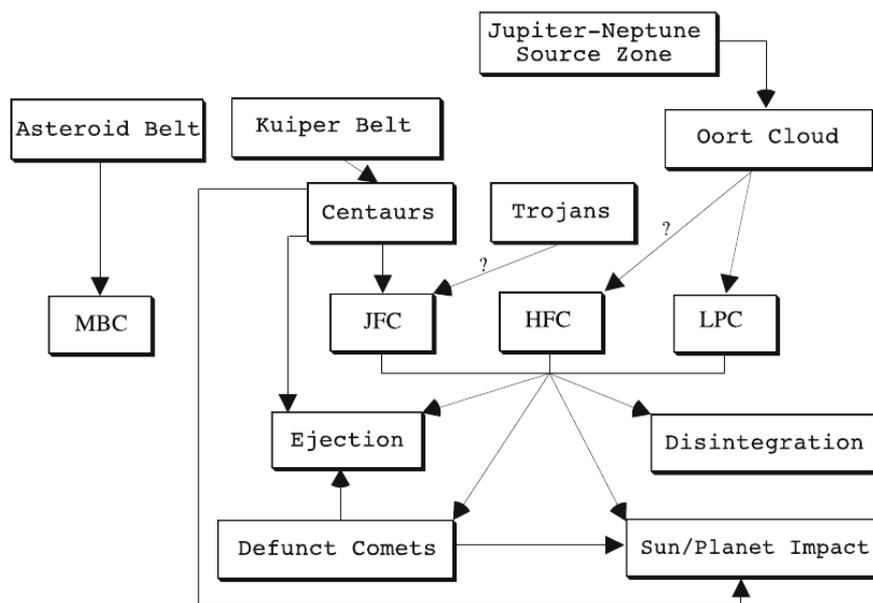


Figura 21: Diagrama que muestra el destino que puede sufrir un cometa. Las flechas indican el destino que puede seguir el cometa perteneciente al grupo indicado en la casilla. Las flechas con “?” indican que posiblemente puede suceder dicho proceso pero aun no ha sido observado. HFC: Halley Family Comets, JFC: Jupiter Family Comets, LPC: Long Period Comets, MBC: Main Belt Comets. Tomado de [10]

En la figura [Figura 21](#) se muestra un diagrama en donde se indica el posible destino que puede sufrir los cometas. Se puede ver cómo los cometas, debido a perturbaciones, pueden pasar de un grupo a otro, al igual que pueden ser eyectados o impactar un planeta. Las flechas con el signo “?” indican que no hay certeza de que estas transiciones sucedan, sin embargo estudios teóricos indican de que son posibles aunque no hayan sido observadas. Por ejemplo, se desconoce de donde provienen exactamente los cometas HFC (Halley family comets) sin embargo es muy probable que provengan de la nube de Oort interna.

HISTORIA DE IMPACTOS EN JÚPITER

3.1 INTRODUCCIÓN

En el sistema solar hay un gran número de cuerpos menores que están siendo perturbados continuamente por la influencia gravitacional de los planetas gigantes, lo cual hace que sus órbitas sean modificadas y terminen siendo eyectados del sistema solar, capturados por un planeta o simplemente impacta a alguno de ellos. Esto conduciría a que la mayoría de los planetas interiores fueran víctimas de impactos por estos cuerpos menores. No obstante, Júpiter por ser uno de planetas gaseosos mas grandes y masivos, se convierte en un escudo gravitacional para los planetas internos ya que la mayoría de estos cuerpos caerían dentro del pozo gravitacional de dicho planeta. Esta característica de Júpiter hace que tenga una mayor probabilidad de ser impactado en comparación con el resto de los planetas o que simplemente dichos cuerpos tengan encuentros cercanos mas frecuentes con él. Si bien se sabe, los impactos planetarios son eventos catastróficos que liberan mucha energía y que dejan como evidencia el cráter de impacto tal como se puede observar en la mayoría de las lunas y de planetas rocosos, y que pueden perdurar por miles de año en la superficie a menos que otro evento catastrófico borre estas huellas. Sin embargo, Júpiter está compuesto primordialmente por gas lo que obviamente no permite la formación de cráteres en su superficie y por consiguiente no queda evidencia de estos eventos (aunque si quedan evidencia en sus lunas, que son sólidas), aunque los impactos generan efectos en la atmósfera que pueden ser observados después del impacto (días o semanas dependiendo de la magnitud del evento, pero después desaparecen). A pesar de esto, hubo un caso que pudo ser estudiado y al cual se le pudo hacer seguimiento antes del impacto en Júpiter, conocido como el caso del Shoemaker-Levy 9 que permitió obtener evidencia de los procesos de impacto en planetas gaseosos, así como de estadísticas de impactos entre otros. A continuación se vera una descripción de este evento.

3.2 EL CASO DEL SHOMEAKER-LEVY 9

3.2.1 Breve nota histórica

Uno de los cometas que mas interés causó en una amplia comunidad científica fue descubierto por Eugene M. Shoemaker, Carolin S. Shoemaker, y David H. Levy en 1993 en el observatorio Palomar de California el 24 de Marzo de 1993 al cual llamaron *Shoemaker-Levy 9* (SL9). Este cometa causó curiosidad, ya que las primeras imágenes tomadas mostraban una inusual forma. La imagen

mostraba una forma alargada o de banda, similar a la traza dejada por un meteorito en la atmósfera terrestre. Al estudiar la órbita de los fragmentos se encontró que este provenía de un cuerpo padre, que sufrió las fuerzas de marea causada por Júpiter al pasar por debajo del límite de Roche, el 7 de Julio de 1992, causando que este se fragmentara en 21 partes (ver [Figura 22](#)). Estudios mas refinados sobre la órbita de los fragmentos mostraron que su último perijove estaba por debajo de la superficie de Júpiter, lo cual indicaba que inevitablemente impactarían a dicho planeta. Brian G. Marsden, director del Central Bureau for Astronomical Telegrams en el Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, predijo que después de su último paso por el perijove, los fragmentos del Shoemaker-Levy 9 podrían colisionar con Júpiter en Julio de 1994, evento que duró alrededor de 6 días.



Figura 22: Fotografía de los 21 fragmentos del cometa Shoemaker-Levy 9, después de fragmentarse al tener un encuentro cercano con Júpiter por debajo del límite de Roche. Esta imagen fue tomada en Mayo 17 de 1994. (Imagen tomada de [7])

Debido a que este evento fue predicho con anterioridad, muchos astrónomos hicieron observaciones y estudios previos que permitieron analizar este tipo de eventos considerados como claves para el estudio de formación de satélites, teoría de acreción y origen atmosféricos. Muchos estudios fueron hechos antes y después del impacto: estudio dinámico de la evolución orbital de los fragmentos, estudio sobre la fragmentación y deposición de material eyectado después del descenso de los fragmentos, modelos de formación de la mancha, estudios sobre la densidad y composición, entre otros.

El primer impacto no pudo ser observado directamente desde la tierra ya que ocurrió detrás del limbo, sin embargo pudo ser observado desde el Telescopio Espacial Hubble. El impacto liberó una pluma de gas caliente que se extendió por mas de 2000 km por encima de la superficie y dejó marcas oscuras que pudieron ser observadas desde la tierra una vez el lugar de la mancha quedó a la vista (ver [Figura 23](#)). Estas manchas fueron desapareciendo con el paso de los meses debido a la dinámica atmosférica, sin embargo hubo una débil banda oscura que permaneció por mas de un año.

3.2.2 Estudios dinámicos hechos sobre el SL9

La colisión del cometa Shoemaker-Levy 9 con Júpiter fue un caso que despertó interés en la comunidad científica por ser un evento de impacto que podía ser monitoreado además de ser inusual. Muchos trabajos, previos y después

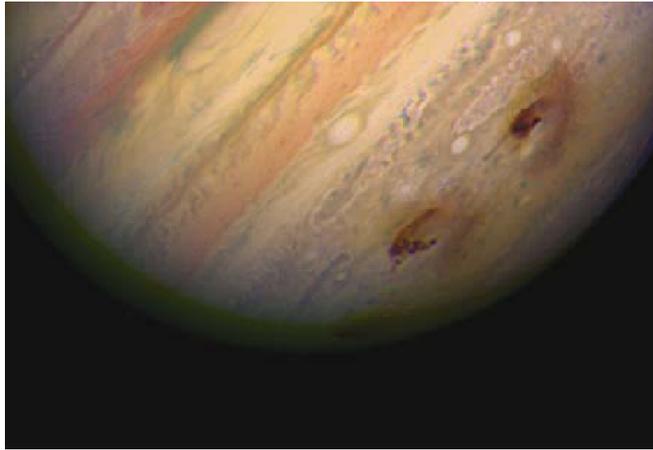


Figura 23: Imagen de las manchas generadas por el impacto de los fragmentos del Shoemaker-Levy 9, en el hemisferio sur de Júpiter. (Imagen tomada de [7])

del impacto fueron desarrollados, permitiendo a los astrónomos comprender estos eventos y otros ligados a este. Los estudios hechos previos al impacto fueron principalmente sobre su evolución orbital, y determinar el momento exacto y lugar de impacto. Los primeros estudios revelaron que el cometa tuvo un encuentro cercano con Júpiter lo que causó que se fragmentara por fuerzas de marea, pero lo más interesante de este estudio fue que dicho cometa había estado en órbita alrededor del planeta. Estudios más refinados sobre el movimiento orbital del cometa reveló noticias aún más extraordinarias, las cuales indicaban una alta probabilidad de colisión de estos fragmentos con el planeta, en Julio de 1994. Asimismo, los resultados indicaban que el impacto ocurriría detrás del limbo y no podría ser observado directamente desde la tierra. El estudio de la órbita seguida por los fragmentos se centró básicamente en su última trayectoria jovicéntrica, con el fin de determinar el momento exacto del impacto para poder observar dicho evento, aunque los estudios indicaron que éste sucedería detrás del limbo.

Estudios realizados por Chodas y Yeomans([4]) sobre las características básicas de la órbita del SL9 mostraron que su órbita al momento de tener el encuentro cercano con el planeta era muy excéntrica, con excentricidad de aproximadamente 0.9 y apoapsis de 0.33 UA (cerca del radio de Hill). En la [Figura 24](#) se puede ver la última órbita seguida por el SL9 antes de impactar a Júpiter, y se muestra a escala la longitud y orientación del *tren* de fragmentos, medidas en las fechas indicadas en la figura. Una vez sucedido el impacto, se realizaron estudios más refinados sobre la órbita seguida por el Shoemaker-Levy 9 ya que se disponían de más datos y parámetros que permitían restringir las condiciones iniciales y por consiguiente, obtener una solución más cercana a la real. En la [Figura 25](#) se muestra una Tabla en donde se resumen los datos de localización y tiempo de impacto de los fragmentos del SL9. En esta Tabla puede verse el tiempo de impacto predicho por las simulaciones hechas para cada fragmento (columna 3, [4]) y el tiempo inferido de las observaciones (columna 4). Asimismo se muestra la latitud planetocéntrica del lugar de impacto de cada fragmento y su longitud dada en el sistema III, el

ángulo meridiano el cual es la longitud jovicéntrica medida desde el meridiano de medianoche hasta donde termina la mañana. Por ultimo, se muestra la distancia angular del impacto medida desde el limbo, y como su nombre lo indica, da la distancia a la cual está el lugar del impacto de un fragmento por detrás del limbo (columna 5) ¹.

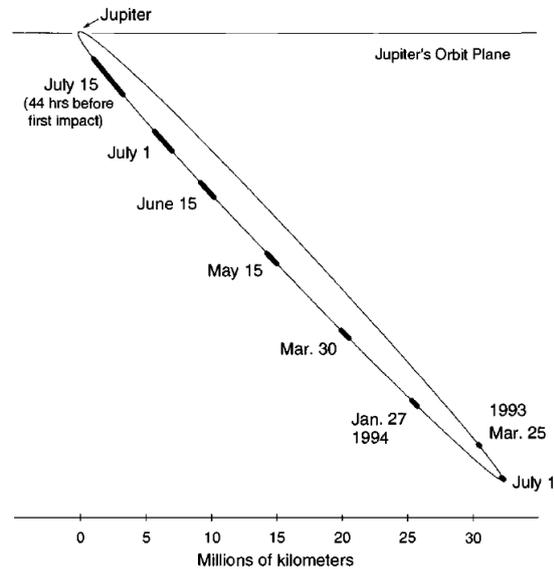


Figura 24: Órbita del Shoemaker-Levy 9 vista desde la tierra en Mayo 15 de 1994, corresponde a la ultima órbita seguida antes de impactar y después de tener un encuentro cercano y fragmentarse. (Tomado de [4])

| Event | Impact Time (UTC) | | | | Impact Location | | Merid. Angle (deg) | Ang. Dist. Behind Limb (deg) |
|-------|-------------------|-----------------|----------------|-------|-----------------|------------|--------------------|------------------------------|
| | Date (July) | Predicted h m s | Accepted h m s | ± (s) | Lat. (deg) | Lon. (deg) | | |
| A | 16 | 19:59:40 | 20:10:40 | 60 | -43.35 | 184 | 65.40 | 7.7 |
| B | 17 | 02:54:13 | 02:50:00 | 180 | -43.22 | 67 | 63.92 | 8.8 |
| C | 17 | 07:02:14 | 07:10:50 | 60 | -43.47 | 222 | 66.14 | 7.1 |
| D | 17 | 11:47:00 | 11:52:30 | 60 | -43.53 | 33 | 66.16 | 7.1 |
| E | 17 | 15:05:31 | 15:11:40 | 120 | -43.54 | 153 | 66.40 | 6.9 |
| F | 18 | 00:29:21 | 00:35:45 | 300 | -43.68 | 135 | 65.30 | 7.7 |
| G | 18 | 07:28:32 | 07:33:33 | 3 | -43.66 | 26 | 67.09 | 6.4 |
| H | 18 | 19:25:53 | 19:31:59 | 1 | -43.79 | 99 | 67.47 | 6.1 |
| J | 19 | 02:40 | 01:35 | 3600 | -43.75 | ~ 316 | 68.05 | ~6 |
| K | 19 | 10:18:32 | 10:24:17 | 2 | -43.86 | 278 | 68.32 | 5.5 |
| L | 19 | 22:08:53 | 22:16:49 | 1 | -43.96 | 348 | 68.86 | 5.1 |
| M | 20 | 05:45 | 06:00 | 600 | -43.93 | ~ 264 | 69.25 | ~5 |
| N | 20 | 10:20:02 | 10:29:20 | 2 | -44.31 | 71 | 68.68 | 5.1 |
| P2 | 20 | 15:16:20 | 15:21:11 | 300 | -44.69 | 249 | 67.58 | 5.8 |
| P1 | 20 | 16:30 | 16:32:35 | 800 | -45.02 | ~ 293 | 65.96 | 6.9 |
| Q2 | 20 | 19:47:11 | 19:44:00 | 60 | -44.32 | 46 | 69.26 | 4.7 |
| Q1 | 20 | 20:04:09 | 20:13:53 | 1 | -44.00 | 63 | 69.85 | 4.3 |
| R | 21 | 05:28:50 | 05:34:57 | 10 | -44.10 | 42 | 70.21 | 4.1 |
| S | 21 | 15:12:49 | 15:16:30 | 60 | -44.22 | 33 | 70.34 | 4.0 |
| T | 21 | 18:03:45 | 18:09:56 | 300 | -45.01 | 141 | 67.73 | 5.7 |
| U | 21 | 21:48:30 | 22:00:02 | 300 | -44.48 | 278 | 69.54 | 4.5 |
| V | 22 | 04:16:53 | 04:23:20 | 60 | -44.47 | 149 | 69.96 | 4.2 |
| W | 22 | 17:59:45 | 08:06:16 | 1 | -44.13 | 283 | 71.19 | 3.4 |

Figura 25: Tabla que resume la localización y tiempo de impacto de los fragmentos del Shoemaker-Levy 9. (Esta tabla fue tomada de Chodas y Yeomans, 1996 [4])

¹ Para una mejor descripción de estos parámetro, consultar a Chodas y Yeomans, [4].

La integración numérica hacia atrás de la órbita del cometa Shoemaker-Levy 9 da un *insight* sobre la naturaleza y origen del cometa, sin embargo se necesita conocer el movimiento de este antes de la fragmentación, es decir, conocer los elementos orbitales iniciales del cometa antes de su fragmentación. Asimismo, la determinación de la órbita del cometa antes de su fragmentación permitiría conocer cuál fue la fecha más probable en la que éste fue capturado por Júpiter, así como su órbita heliocéntrica antes de la captura. Sin embargo, de acuerdo con Chodas y Yeomans ([4]), no se puede deducir nada de la evolución orbital del SL9 solo con una integración, ya que la órbita de este cometa alrededor de Júpiter fue una de las más caóticas del sistema solar, de acuerdo al trabajo hecho por Benner y Mckinnon ([2]). Por lo tanto, ellos investigaron la órbita del cometa estadísticamente haciendo uso de análisis de montecarlo. Como condición inicial para llevar a cabo la integración, se utilizó la solución orbital del fragmento K como las condiciones iniciales de la órbita del cuerpo progenitor, puesto que este fragmento estaba más cerca del centro de masa del cuerpo original y su movimiento no fue casi afectado por la fragmentación. Chodas y Yeomans integraron la trayectoria de 1000 partículas de pruebas hacia atrás en el tiempo hasta que éstas escapaban de Júpiter, en donde se obtenían los elementos orbitales de la órbita heliocéntrica.

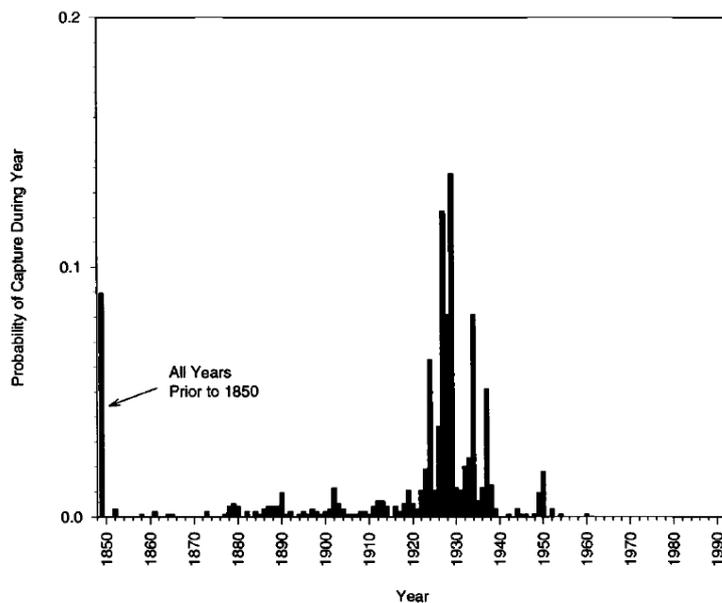


Figura 26: Histograma de captura que muestra la fecha más probable en la que el cometa Shoemaker-Levy 9 fue capturado. (Imagen tomada de [4])

De acuerdo con la simulación de Chodas y Yeomans, la fecha en la cual el cometa Shoemaker-Levy 9 fue capturado por Júpiter en una órbita jovicéntrica, con un 72% de probabilidad, fue en el año 1929 ± 9 y alrededor del 9% de los cuerpos quedaron orbitando a Júpiter al final de la simulación (ver Figura 26). Durante su captura, el cometa tuvo órbitas jovicéntricas con periodos de 2 y 3 años y semiejes mayores de aproximadamente 0.2 UA, oscilando entre órbitas de poca excentricidad y bajas inclinaciones, y altas excentricidades con altas inclinaciones (órbitas casi polares). En la Figura 27 se puede ver la órbita

jovicéntrica seguida por el cometa Shoemaker-Levy 9 durante su captura, en donde completó aproximadamente 25 órbitas alrededor de Júpiter. Puede verse que el cometa fue capturado cerca de uno de los puntos de Lagrange (L_2 , entre Júpiter y el sol), y debido a su larga estadía como cometa capturado, indica que éste se acercó a Júpiter con una velocidad relativa cercana a cero², aunque Chodas y Yeomans afirman que en su trabajo estadístico también encontraron cuerpos que fueron capturadas en la dirección antisolar.

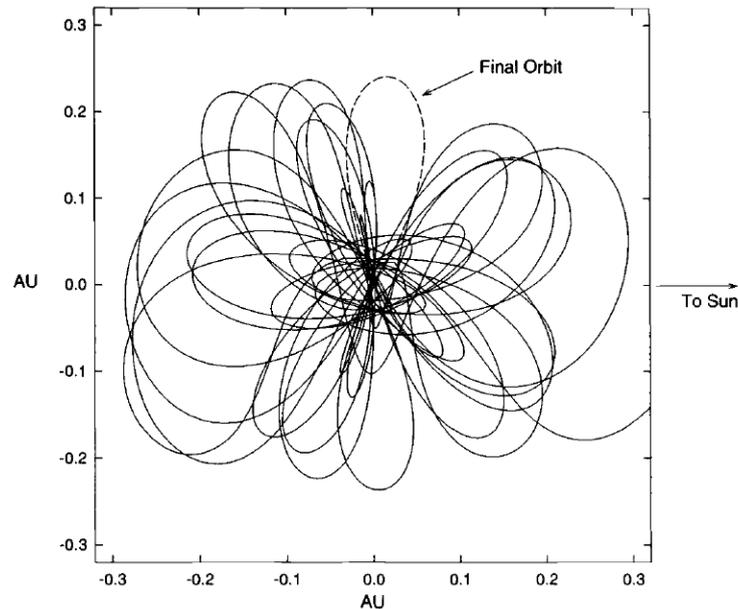


Figura 27: Órbita jovicéntrica seguida por el cometa Shoemaker-Levy 9 desde su captura, mostrada en un sistema rotante centrado en Júpiter. La curva punteada indica la última órbita seguida por el cometa después de fragmentarse. (Tomada de [4])

Resultados similares fueron encontrados por Benner y Mckinnon, 1995 ([2]), en donde ellos integran hacia atrás en el tiempo la órbita de los 19 fragmentos del cometa. Ellos encuentran que el fragmento L del cometa sigue una órbita muy similar a la mostrada en la Figura 27, que también fue capturado al pasar por el punto L_2 de Lagrange. (ver Figura 28)

En la Figura 29 se puede ver la evolución temporal de los elementos osculantes del fragmento Q desde su captura hasta el impacto, obtenido por la simulación de Benner y Mckinnon ([2]). Puede verse que la órbita tuvo inclinaciones desde los 60° hasta 140° así como oscilaciones en la excentricidad y el perijove, lo cual es causa de las perturbaciones seculares y la conservación aproximada de la componente z del momentum angular específico. Las órbitas con inclinaciones cercanas a 90° son casi circulares y tienen grandes perijoves, sin embargo cuando la órbita retrograda se acerca al plano ecuatorial, adquiere grandes excentricidades y perijoves muy cercanos a Júpiter. Estas oscilaciones son una consecuencia de un fenómeno conocido como mecanismo Kozai

² Recordar que este punto de Lagrange (L_2) es un punto inestable, lo cual indica que el cometa tuvo que tener velocidad relativa a Júpiter cercana a cero para que pudiera ser capturado

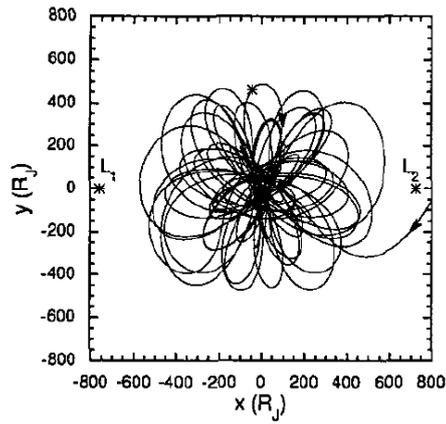


Figura 28: Órbita Jovicéntrica seguida por el fragmento L en un sistema de referencia rotante centrado en Júpiter (Imagen tomada de [2]).

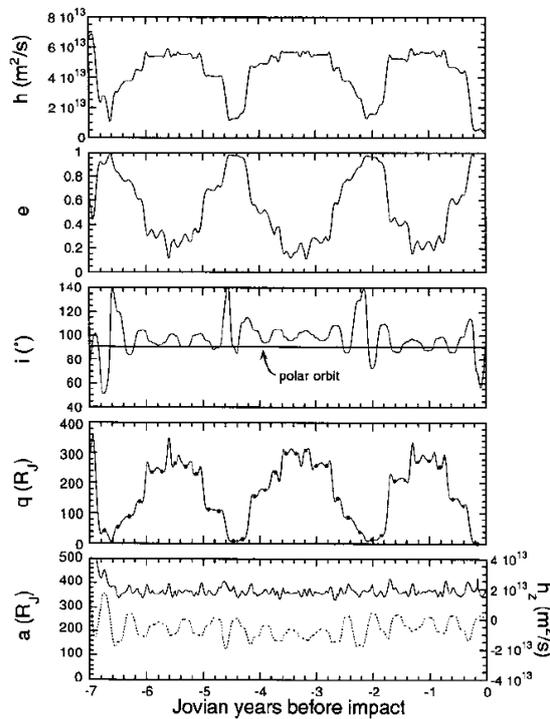
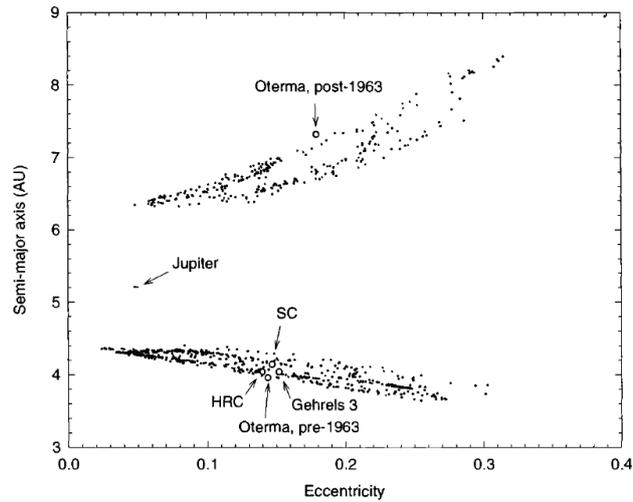


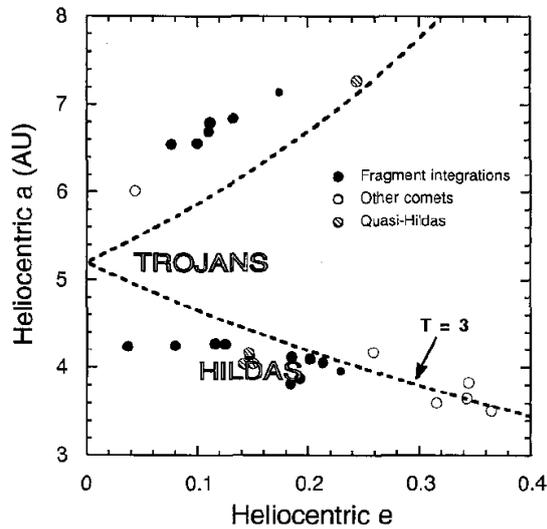
Figura 29: Evolucion temporal de los elementos orbitales del fragmento Q, durante la captura. Aquí, h corresponde a la magnitud del momentum específico, h_z (línea punteada) correspondo a la componente z del momentum angular específico (Imagen tomada de [2])

En la [Figura 30](#) se puede ver el diagrama de dispersión del semieje mayor y la excentricidad obtenidos por Chodas y Yeomans ([Figura 30a](#)) en su simulación, y por Benner y Mckinnon ([Figura 30b](#)) en la integración de la órbita de los fragmentos del cometa. En la figura obtenida por Chodas y Yeomans, se muestra las posibles órbitas heliocéntricas que podría haber seguido el cometa, notándose que hay una distribución de puntos casi uniforme en las regiones pertenecientes a cuerpos con órbitas internas y externas. Según los resultados de Benner y Mckinnon, estadísticamente hay una probabilidad de 2:1 de que el

cometa haya tenido una órbita tipo asteroidal (órbita interna), al igual que éste no pudo tener órbitas muy excéntricas puesto que la velocidad de encuentro relativa al momento de la captura era cercana a cero lo que permitiría que se diera una captura de larga duración. Esto les permitió concluir que es muy probable que el cometa Shoemaker-Levy haya pertenecido al grupo cometario Cuasi-Hilda, que poseen órbitas tipo asteroidal y que está caracterizado por tener repetidas capturas de largo periodo de varios de sus miembros. En la [Figura 30a](#) se puede ver algunos de los cometas perteneciente a este grupo, que han sufrido capturas de largo periodo por Júpiter, anteriores al Shoemaker-Levy 9.



(a)



(b)

Figura 30: (a) Diagrama de dispersión del semieje mayor y la excentricidad para las 850 posibles órbitas heliocéntricas que pudo seguir el cometa Shoemaker-Levy 9, de la simulación con montecarlo hecha por Chodas y Yeomans. (Imagen tomada de [4]). (b) Diagrama de dispersión del semieje mayor y la excentricidad para la simulación hecha por Benner y Mckinnon. (Imagen tomada de [2])

3.2.3 Tasa de impactos en Júpiter

Debido al suceso relacionado con el Shoemaker-Levy 9, la comunidad científica se interesó por estudiar la frecuencia con la que este tipo de eventos podría ocurrir, así como su posible detección. Uno de estos trabajos fue desarrollado por Kary y Dones 1996([13]), en el que estudiaba una estadística sobre la captura de cometas de periodo corto. Para estimar la tasa de impactos o de capturas, ellos realizaron una integración numérica de partículas de prueba con características orbitales similares a los cuerpos pertenecientes a la familia de cometas de Júpiter. Ellos estudiaron la evolución dinámica de 49000 cometas sintéticos por un tiempo aproximado de 10^5 años y encontraron que 10,089 cometas fueron capturados en órbitas que dieron mas de una vuelta alrededor de Júpiter. De estos cuerpos capturados, el $2.8 \pm 0.2\%$ tuvieron encuentros cercanos a una distancia $\leq 2.4 R_J$, la cual Kary y Dones asumen como la distancia en donde el cometa pierde masa y se hace visible (el cuerpo se fragmenta), y aproximadamente el 40% de estos cuerpos inmediatamente impactan a Júpiter. Por lo tanto, según los autores([13]), la fracción de cuerpos que se fragmentan sin colisionar con el planeta inmediatamente es $1.7 \pm 0.1\%$, resultado que sugiere que por cada cuerpo, similares al SL9, que puede ser observado, hay 60 que nunca podrán verse. Asimismo, ellos encuentran que el $1.2 \pm 0.1\%$ de los cuerpos capturados colisionaron con el planeta y, aproximadamente el 1% impacta después de haber orbitado por mas 50 años [13]. Kary y Dones infieren que cometas del tamaño de 1 km, impactan a Júpiter una vez cada 30-500 años con un intervalo mas probable de 240 años; cometas que órbitan alrededor del planeta, impactan una vez cada $(0.2 - 3.5) \times 10^3$ años, y cometas que han sufrido fragmentación por fuerzas de marea, impactan una vez cada $(0.1 - 2) \times 10^5$ años. En la Figura 31 se muestra la tabla en donde [13] resume algunos de los eventos ocurridos en la simulación y el número de cuerpos que cumplen cierta condición.

| Summary of Events | | |
|-------------------|---|---------|
| 1 | Comets integrated | 49,000 |
| 2 | Bound comets (≥ 1 time step) | 479,609 |
| 3 | Captures involving >1 orbit around Jupiter (orbiters) | 10,089 |
| 4 | Orbiters bound >10 years | 3754 |
| 5 | Orbiters bound >50 years | 90 |
| 6 | Impacts on Jupiter | 769 |
| 7 | Objects that passed within $2.4R_J$ of Jupiter | 1801 |
| 8 | Impacts occurring >0.18 years after passage within $2.4R_J$ | 33 |
| 9 | Orbiters impacting Jupiter one orbit after passage within $2.4R_J$ | 2 |
| | Orbiters that impact Jupiter (3 and 6) | 119 |
| | Orbiters that lose mass tidally (3 and 7) | 286 |
| | Orbiters that impact Jupiter following an earlier mass loss event (3 and 8) | 12 |
| | Orbiters bound >10 years that lose mass tidally (4 and 7) | 80 |
| | Orbiters bound >50 years that impact Jupiter (5 and 6) | 5 |
| | Orbiters bound >50 years that lose mass tidally (5 and 7) | 12 |
| | Orbiters bound >50 years that suffer mass loss, then impact Jupiter (5 and 8) | 0 |

Figura 31: Tabla que muestra el numero total de cuerpos que cumple las condiciones mencionadas. (Para una mejor descripción de la tabla, consultar [13])

Otros autores, como Zahnle et al. 2003 ([24]) también han investigado sobre la frecuencia de impactos en Júpiter. Estudiando los cráteres presentes en la superficie de sus lunas galileanas y haciendo un conteo de estos, Zahnle encontró que la tasa de impactos en Júpiter por cometas con diámetros mayores a 1.5 km es de $0.005^{+0.006}_{-0.003}$ cometas por año (o equivalentemente, un impacto por cada 200 años). En la Figura 32 se puede ver el resultado obtenido por Zahnle([24]) para la tasa de impactos en Júpiter y Saturno, mediante el conteo de los cráteres en sus principales lunas. Resultados similares pueden ser encontrados en Schenk et al. ([22])

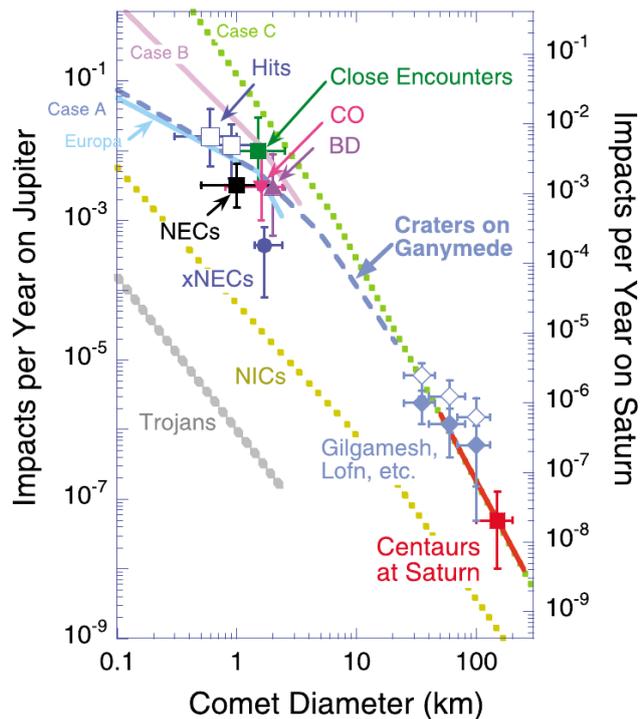


Figura 32: Tasa de impactos en Júpiter y Saturno en función del diámetro del cometa, obtenido del conteo de cráteres en sus lunas principales. (Para una mejor descripción de la gráfica, consultar [24])

No obstante, el impacto ocurrido en Julio del 2009 modificó las estadísticas estudiadas, sobre colisiones en Júpiter. De acuerdo a Sanchez-Lavega et al. ([20]), considerando el periodo de 4 meses en que Júpiter no puede ser observado debido a la conjunción solar y el tiempo de permanencia típica de 2 o 3 meses de las evidencias (“cicatrices”) de impacto en la superficie joviana, la tasa de impactos se reduce a 1 por década. Este autor ([20]) realizó adicionalmente una exploración con Montecarlo de la probabilidad de que un cuerpo con un tamaño mayor a 500 m haya impactado a Júpiter los últimos 15 años, encontrando que un valor de 8% – 12%, que se transforma en una probabilidad del 3% – 13% de observar dicho impacto, teniendo en cuenta el tiempo de observación efectivo del planeta en los últimos 15 años. Asimismo, el argumenta que debido a los instrumentos de poca eficiencia para realizar observaciones de los últimos 20 años, y al poco sondeo de campo profundo de

los alrededores del planeta, podrían ser las consecuencias de que eventos de impactos previos no hubieran sido detectados.

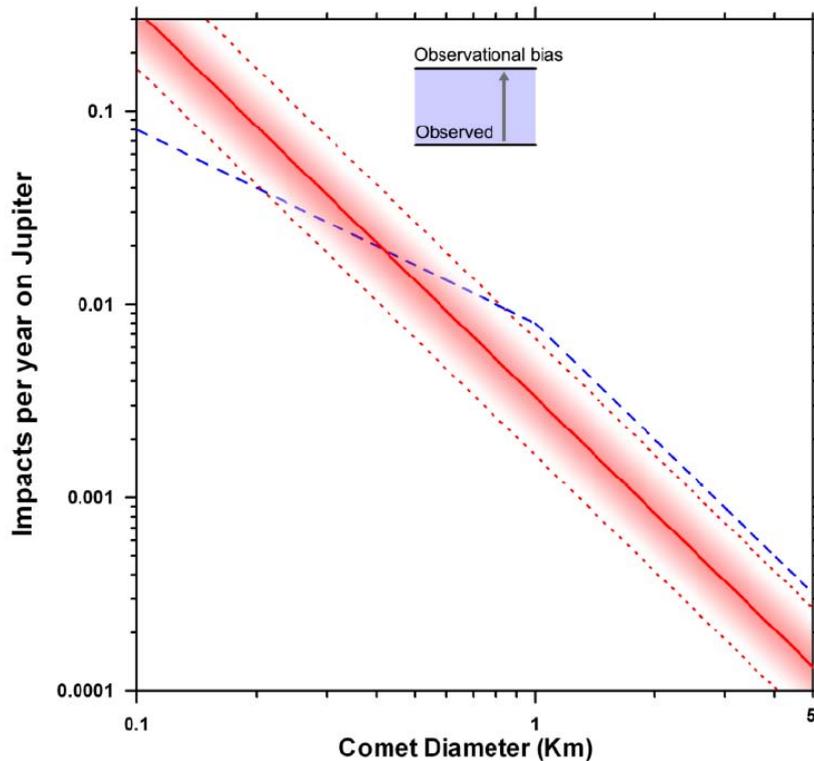


Figura 33: Tasa acumulativa de impactos en Júpiter en función del tamaño del objeto *impactor*. (Imagen tomada de [20])

En la [Figura 33](#), Sanchez-Lavega et al. muestra la tasa de impactos por año en Júpiter, comparada con los dos mas recientes impactos (El SL9 y el del 2009, caja azul superior). La línea azul fue obtenida por [20] de los datos tomados de Schenk et al. ([22]), mientras que la línea roja la obtuvo de los resultados dados por Levinson et al. (2000)[14]. El rango de incertidumbre es representado por las líneas rojas punteadas ([20]).

3.2.4 Otros de eventos de impactos

El evento de impacto de Julio del 2009 en Júpiter despertó un interés de los astrónomos aficionados y profesionales en dicho planeta, lo que hizo que éste fuera mas observado. Gracias a esto, se detectaron otros tres impactos (aunque menor trascendencia) posteriores al evento del 2009, aunque estos últimos fueron detectado justo en el momento de la colisión. A diferencia del evento del 2009, estos tres eventos no dejaron cicatrices (mancha del impacto) en la atmósfera joviana, indicando así que dichos cuerpos tenían diámetros menores a 1 km. Se estimo que el tamaño de estos objetos fue del orden de 300 m de diámetro aproximadamente. A pesar de que dichos cuerpos no lograran dejar una huella, lograron ser observados justo al momento del impacto. No obstante, el que cuerpos de este tamaño colisionen con Júpiter y no dejen rastro del evento, indican que en realidad hay muchos mas impactos sobre el planeta



Figura 34: Imagen del impacto del 3 de Junio del 2010, tomada por Anthony Wesley.

y por consiguiente una subestimación en las estadísticas. A continuación se mencionaran de forma breve los tres eventos de impactos posteriores al evento de Julio 2009.

El 3 de Junio del 2010 el astrónomo aficionado, Anthony Wesley, el mismo que detectó el impacto del 2009, logró observar un gran destello brillante en la atmósfera del planeta a las 20:31 UT de la fecha. Según el astrónomo Glen Orton, del *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) afirmó que después de este tipo de eventos, se espera que queden escombros en las nubes superiores de Júpiter, tal como ocurrió con el Shoemaker Levy 9 y el impacto del 2009. No obstante, no hubo una mancha o escombros después de este evento como era de esperarse(ver Figura 34).



Figura 35: Imagen del impacto del 20 de Agosto del 2010.

En vista de que no hubo una mancha, surgió la hipótesis de que el objeto que pudo impactar a Júpiter era muy pequeño, por lo que no dejó demasiados escombros. Según, Don Yeomans, quien lidera el programa NEO de la Nasa en el JPL, afirma que este tipo de eventos ocurren con mucha mayor frecuencia que la esperada ver http://ciencia.nasa.gov/ciencias-especiales/11jun_missingdebris/). R. Hueso et al. (ver [8]), basado en el estudio de la curva de luz del destello generado en el impacto , afirma que el

cuerpo que impactó a Júpiter el 3 de Junio del 2010 fue un superbólido de aproximadamente 8-13 m de diámetro

Ese mismo año, otro impactó en Júpiter fue detectado el 20 de Agosto, por el astrónomo aficionado Masayuki Tachikawa, de Japón (ver [Figura 35](#)). Al igual que el evento del 3 de Junio, este no dejó escombros o una mancha en la atmósfera Joviana (ver http://ciencia.nasa.gov/ciencias-especiales/09sep_jovianfireballs/).



Figura 36: Imagen del impacto del 10 de Septiembre del 2012.

Por último, el 10 de septiembre del 2012, a las 11:35 UT, el astrónomo aficionado Dan Peterson detectó otro impacto sobre Júpiter (ver [Figura 36](#)). Este impacto, al igual que los otros dos, presentaban las mismas características: el evento generó un destello brillante que podía ser observado desde la tierra. Don Yeomans afirma que: “ Es interesante notar que, mientras que la Tierra es golpeada por objetos de 10 metros de diámetro una vez cada 10 años en promedio, parece ser que Júpiter es golpeado por objetos de ese tamaño [hasta] varias veces al mes” (ver http://ciencia.nasa.gov/ciencias-especiales/09sep_jovianfireballs/). Este tipo de eventos indican que Júpiter es frecuentemente impactado por cuerpos de diámetros de ~ 13 m.

ESTUDIO DEL EVENTO DE IMPACTO DEL 2009

El 19 de Julio de 2009 un astrónomo aficionado, Anthony Wesley, quien realizaba unas observaciones de rutina encontró una mancha oscura en la atmósfera de Júpiter localizada en el polo sur a 216° de longitud en el sistema II, a las 13:30 UTC y al notar que ésta rotaba de forma sincrónica con la tormenta blanca ovalada, concluyó que correspondía a un impacto. Debido a que en esas fechas no se llevaba una vigilancia sistemática del planeta y al ser un evento no previsto, el objeto que impactó no pudo ser identificado antes del impacto. El propósito de este trabajo es determinar de forma estadística la naturaleza del objeto, integrando hacia atrás en el tiempo la trayectoria de partículas de prueba que son generadas siguiendo unas condiciones iniciales. En este capítulo se mostrará como se determinaron las condiciones iniciales, basados en las imágenes tomadas por Anthony Wesley.

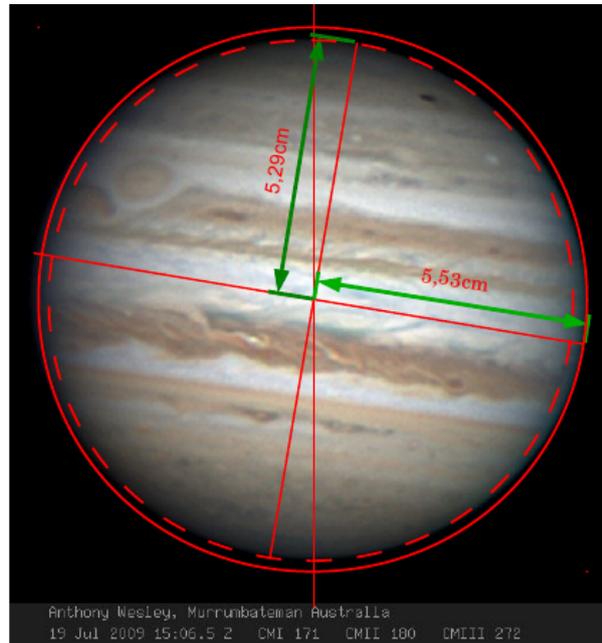
4.1 MODELO DEL IMPACTO

Los únicos registros del objeto que impactó a Júpiter fueron las fotografías suministradas por Anthony Wesley que fueron tomadas posterior al impacto, lo que deja muchas variables desconocidas al momento de determinar la procedencia de éste. Algunas de estas variables, necesarias al momento de establecer las condiciones iniciales de las trayectorias que serán integradas hacia atrás en el tiempo, son: el tiempo en el que ocurrió el impacto, el cual será utilizado para determinar la localización en la superficie de Júpiter en donde ocurrió éste; la velocidad con la que dicho objeto impactó y el ángulo de entrada con el cual el objeto ingresó a la atmósfera. Para modelar el impacto se asumieron ciertas condiciones al momento de determinar estas variables, varias de las cuales se pudieron obtener con base a las observaciones hechas. En esta sección se describirá la forma en que se determinaron estas variables con las cuales se integrará la trayectoria de partículas de pruebas sujetas a estas condiciones iniciales (condiciones del impacto) , utilizando una de las fotografías tomadas

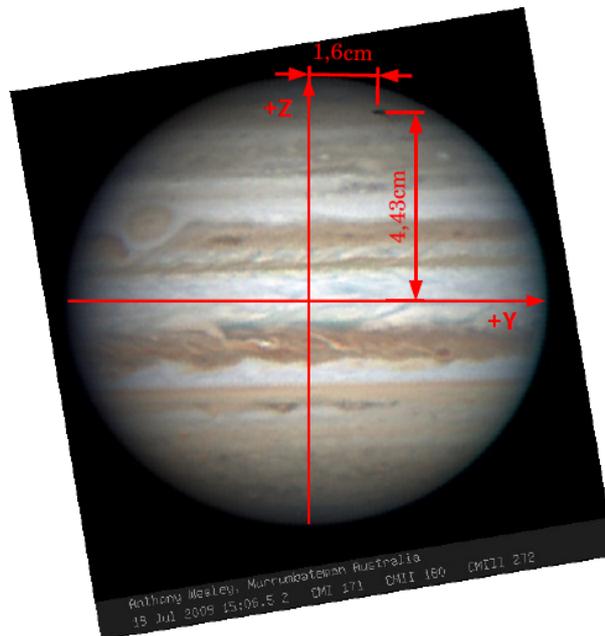
4.1.1 *Determinación de las coordenadas del punto de impacto*

Para determinar las coordenadas del punto de impacto se determina primero la latitud y longitud de la mancha. Para esto se utiliza la imagen tomada el 19 JUL 15:06:30.00 UTC. [1] y se determinan las coordenadas cartesianas de la mancha. Para esto se toman medidas del radio ecuatorial y polar de Júpiter, y

se asume un sistema coordinado centrado en éste(sistema planetocéntrico), donde el eje $+x$ esta saliendo de la imagen, el eje $+z$ apunta hacia el polo sur y el eje $+y$ es perpendicular a estos dos. (ver [Figura 37](#))



(a) Medida del radio ecuatorial y polar



(b) Coordenadas (y, z) de la mancha

Figura 37: Medidas manuales tomadas, para determinar las coordenadas cartesianas de la mancha

En la [Figura 37a](#) se puede ver que el eje axial de Júpiter esta inclinado con respecto a la vertical de la imagen, un ángulo $\beta = 9.5^\circ$. En la siguiente tabla se

muestran los parámetros medidos incluyendo las coordenadas esféricas θ_0, ϕ_0 , donde: $\tan \phi_0 = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$, $\cos \theta_0 = \frac{\Delta Z}{R_J}$ y $R_J = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2}$

| Parámetros | Radio Ecuatorial | Radio Polar | Radio Promedio |
|------------|------------------|-------------|----------------|
| Radio | 5.53 cm | 5.29 cm | 5.41 cm |
| ΔY | 1.6cm | 1.6 cm | 1.6 cm |
| ΔZ | 4.43 cm | 4.43 cm | 4.43 cm |
| ΔX | 2.897 cm | 2.408 cm | 2.661 cm |
| θ_0 | 36.766° | 33.13° | 35.029° |
| ϕ_0 | 28.91° | 33.6° | 31.0134° |

Tabla 2: Datos medidos manualmente, para determinar la longitud ϕ_0 y la colatitud θ_0 planetocéntrica de la mancha

Despreciando el achatamiento de Júpiter, se asume a éste como un planeta esférico cuyo radio es su radio ecuatorial ($R_J = 71492$ km). Para este caso, se tiene que las coordenadas planetocéntricas de la mancha, en la fotografía mencionada con anterioridad, son $\theta_0 = 36.766^\circ$ y $\phi_0 = 28.91^\circ$

Para llevar a cabo la simulación, se establece un sistema de referencia con respecto al cual se van a dar las coordenadas del objeto impactor. Este sistema está centrado en Júpiter con el eje $+z$ normal a la eclíptica, el eje $+x$ apuntando hacia el punto vernal Y y será llamado *Sistema Eclíptico* $X_E Y_E Z_E$. Para calcular las coordenadas del punto de impacto, se utiliza adicionalmente un sistema de referencia centrado en la imagen $x_I y_I z_I$ y un sistema axial (planetocéntrico) $x_A y_A z_A$ cuyo eje $+z_A$ esta dirigido hacia el polo norte de Júpiter. Teniendo en cuenta que la mancha se encuentra en el polo sur, las coordenadas de ésta, respecto al sistema axial son $(x_A, -y_A, -z_A)$, o en coordenadas planetocéntricas, *Latitud*= -53.234° , *Longitud*= 331.09° (ver [Figura 38](#))

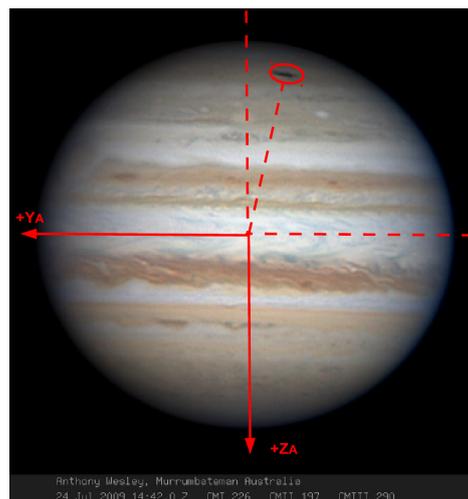


Figura 38: Sistema de Referencia axial, centrado en Jupiter (Sistema planetocentrico)

Como se desconoce el tiempo exacto en el que ocurrió el impacto, se toma la coordenada ϕ como una función dependiente del tiempo. Para determinar el intervalo temporal en el cual ocurrió dicho evento, se hace uso de los resultados obtenidos por *Sanchez-Lavega et. al*([20]). Comparando el tamaño de la mancha que dejó el impacto ocasionado por el Shoemaker-Levy 9, y analizando observacionalmente los escombros, *Sanchez-Lavega et.al.* encontraron que la ventana temporal en la cual pudo haber ocurrido el impacto está entre 9 – 11 UT. Recordando que las coordenadas planetocéntricas de la mancha fueron determinadas con respecto a la fotografía tomada en la fecha 19 JUL 15:06:30.00 UTC y asumiendo esta ventana temporal, el ángulo azimutal de la mancha esta dado por:

$$\Phi(t) = \Phi_0 + \omega(t - t_{obs}) \quad (4.1)$$

donde $t_{obs} = 19 \text{ JUL } 2009 \text{ 15:06:30.000 UTC}$, t es el tiempo dado entre 9-11 UT, Φ_0 es la longitud de la mancha en t_{obs} y ω es la velocidad angular de Júpiter cuyo valor está dado por 0.01 rad/s. Con esta ecuación, se genera la posición de la mancha para un determinado tiempo t , o lo que es equivalente a hacer rotar hacia atrás en el tiempo a Júpiter desde un tiempo t_{obs} hasta un tiempo t . Estas coordenadas están dadas con respecto al sistema axial, por lo que es necesario pasarlas al sistema eclíptico el cual es el que se va a utilizar. Con las coordenadas esféricas del punto de impacto, se hace una transformación de coordenadas realizando una rotación de $\beta = 9.5^\circ$ del plano $z_A y_A$ del sistema

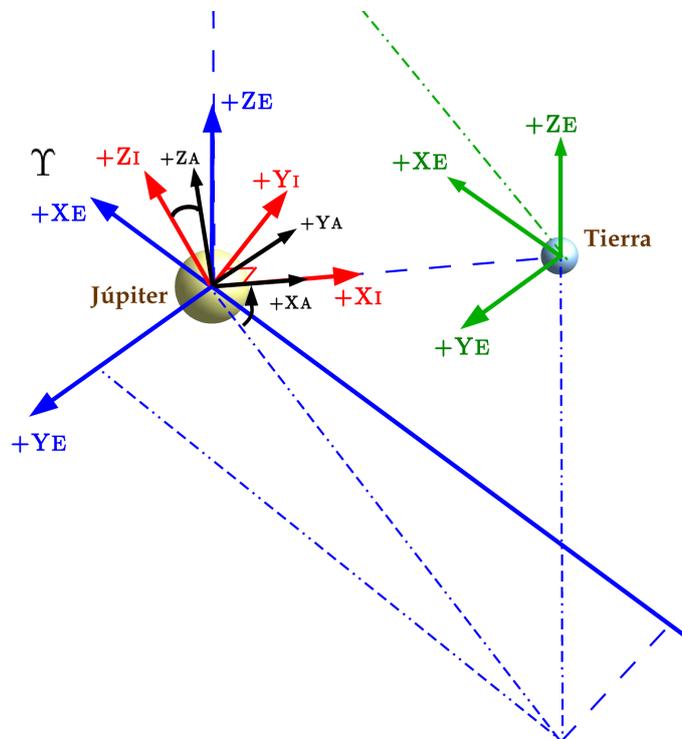


Figura 39: Sistemas de coordenados utilizados para determinar las coordenadas del evento

axial al sistema de la imagen $x_I y_I z_I$.¹ (ver Figura 37). Posteriormente se hace otra transformación de coordenadas en donde se tiene en cuenta que el eje $+z_I$ del sistema de la imagen esta inclinado con respecto al eje Z_E del sistema eclíptico, un ángulo que denotamos θ_i , el cual es en ángulo que forma el radiovector que apunta desde Júpiter hacia la tierra con el plano $X_E Y_E$ del sistema eclíptico en el tiempo t en el cual se calcula las coordenadas del punto de impacto. Con esta última transformación se obtienen las coordenadas del evento con respecto al sistema eclíptico utilizado en la simulación (ver Figura 39).

4.1.2 Determinación de la velocidad de Impacto

Después de haber obtenido las coordenadas del punto de impacto, el paso siguiente es determinar la velocidad con la que el objeto llegó a la “superficie” o a la atmósfera exterior de Júpiter . Como el sistema de referencia utilizado es el sistema eclíptico, es necesario que la velocidad este dada en este sistema coordenado por lo que es imprescindible conocer la magnitud y el ángulo de impacto.

Para determinar la velocidad de impacto se utiliza inicialmente un sistema coordenado $X_v Y_v Z_v$ centrado en el punto de impacto, cuyo eje $+Z_v$ apunta en la dirección radial, el plano $X_v Y_v$ es tangente a Júpiter en dicho punto y la proyección del eje X_v en el plano $X_A Y_A$ forma un ángulo ϕ con respecto a X_A y el eje Z_v forma un ángulo θ_0 con respecto a Z_A . Como puede verse en la Figura 40, para poder obtener el vector velocidad es necesario determinar los ángulos θ_v y ϕ_v , así como la magnitud de la velocidad.

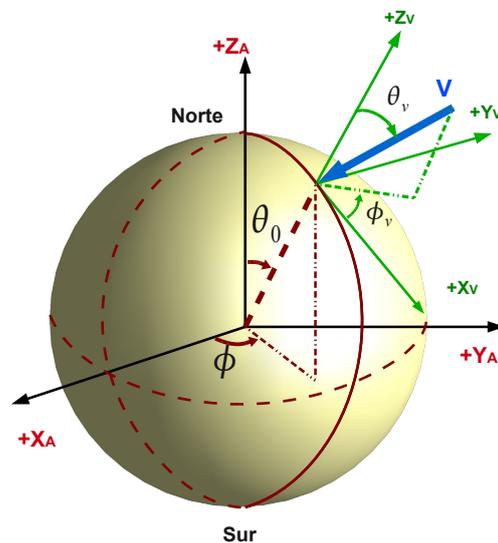


Figura 40: Sistema coordenado de la velocidad. θ_0 y ϕ corresponden a la colatitud y longitud de la mancha respectivamente

¹ Se asume que el eje $+x_A$ y $+x_I$ del sistema axial y el de la imagen respectivamente apuntan directamente hacia el observador, i.e., perpendicular a la imagen

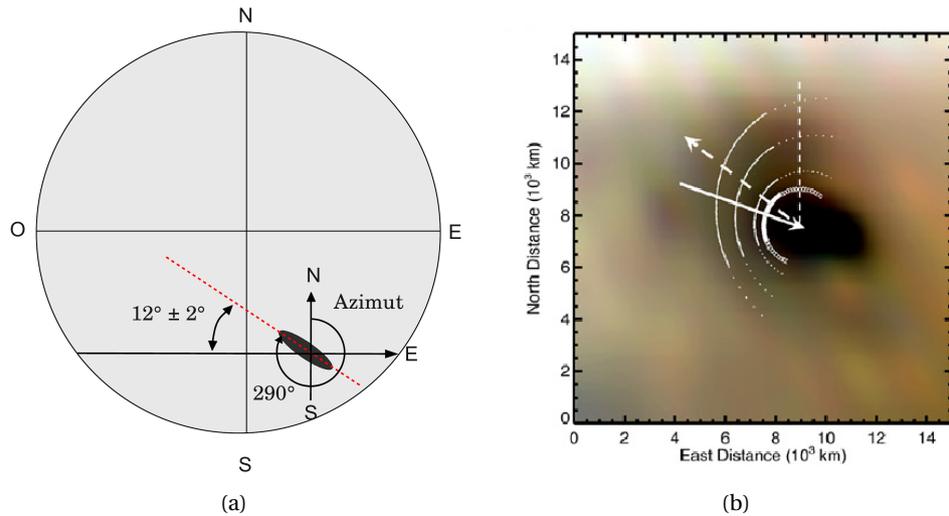


Figura 41: (a) Inclinación de la mancha con respecto al círculo de latitud igual a la altitud de la mancha. (b) Proyección ortográfica de la zona de la mancha; se muestra la dirección de entrada del bolido (línea continua) y la dirección de la pluma de eyección. (línea punteada) [Tomada de [20]]

Para determinar el ángulo de impacto se hace uso del resultado obtenido por *Sanchez-Lavega et al.* ([20]), el cual afirma que la mancha tiene una forma elíptica y elongada, y tiene una inclinación de $12 \pm 2^\circ$ en la dirección noroeste-sureste respecto al círculo paralelo al ecuador y que esta ubicado a la misma latitud de la mancha (ver [Figura 41a](#)). La inclinación de la mancha muestra la dirección de entrada del objeto impactor, indicando que éste ingreso a la atmósfera de Júpiter con un ángulo azimutal de 290° ² (ver [Figura 41b](#)). De la misma forma, ellos obtienen de la comparación de tamaños y de los discos de debris producidos por el impacto, que el ángulo de elevación³ con el que el objeto impacto a Júpiter fue de 69° ya que el tamaño de la mancha era menor en comparación con la del SL9, indicando así que el objeto se desintegró a menos profundidad y mas rápido que los fragmentos del SL9 y por consiguiente, el ángulo de elevación era mayor.

De los resultados de *Sanchez-Lavega* (ángulo azimutal y ángulo de elevación) se obtuvo dos de los parámetros para determinar el vector velocidad, que en el sistema $X_v Y_v Z_v$ utilizado en la simulación toman los valores de $\theta_v = 69^\circ$ y $\phi_v = 250^\circ$; éstos dos valores se mantiene fijo en la simulación, mientras que la cantidad que permanece variable es la magnitud de la velocidad. Recordando que se asumió a Júpiter como un planeta esférico con radio igual a su radio ecuatorial (71942 km), la velocidad de escape de éste tiene un valor de $v_{esc} = 59.527$ km/s. Para la simulación se tomó la magnitud de la velocidad de impacto del objeto dentro del rango dado por $v_{min} = v_{esc} - 0.1 = 59.427$ km/s y $v_{max} = 61.0$ km/s. De esta forma se determina el vector velocidad con respecto al sistema de la velocidad $X_v Y_v Z_v$, y mediante las transformaciones

² Ángulo medido con respecto al eje Norte-Sur, con cero en el Norte.

³ Este ángulo esta medido con respecto a la vertical o la normal a la superficie en el punto de impacto

$X_v Y_v Z_v \rightarrow x_A y_A z_A \rightarrow x_I y_I z_I \rightarrow X_E Y_E Z_E$ se obtienen las componentes del vector velocidad respecto al sistema eclíptico.

En resumen, para determinar las coordenadas del punto de impacto y la velocidad, se siguieron los siguientes pasos:

1. Se establece el tiempo t del impacto, con t dado entre $t_{min} = 19 \text{ JUL } 2009 \text{ 09:00:0.00 UT}$ y $t_{max} = 19 \text{ JUL } 2009 \text{ 11:00:0.000 UT}$
2. Se determina la longitud $\Phi(t)$ en este tiempo mientras que la latitud mantiene el valor fijo de $\Theta = -53.234^\circ$. Con estos dos valores se pueden determinar las coordenadas cartesianas de la mancha, respecto al sistema $x_A y_A z_A$.
3. Se determina la posición de la tierra respecto a Júpiter en el sistema de referencia eclíptico en el tiempo t . Se establece la dirección del radio-vector de la Tierra con respecto a Júpiter, como la dirección $+x_I$ del sistema de la imagen y mediante un proceso de Gram-Schmidt se establecen los otros ejes.
4. Con las coordenadas planetocéntricas o axiales de la mancha, se determinan las coordenadas de la misma respecto al sistema de la imagen $x_I y_I z_I$, mediante una rotación alrededor del eje $+x_A$ del sistema axial en un ángulo dado por $\beta = 9.5^\circ$.
5. Con las coordenadas de la mancha en el sistema de referencia de la imagen, se determinan las coordenadas del evento respecto al sistema eclíptico mediante otra transformación de coordenadas. Estas coordenadas del impacto dadas respecto al sistema $X_E Y_E Z_E$ son las utilizadas en la simulación
6. Se genera la magnitud de la velocidad, con un valor entre $v_{min} = 59.427688 \text{ km/s}$ y $v_{max} = 61.00 \text{ km/s}$, con un tamaño de paso Δv fijado.
7. Se fijan los ángulos de impactos dados respecto al sistema $X_v Y_v Z_v$. Estos ángulos, $\theta_v = 69^\circ$ y $\phi_v = 250^\circ$, se dejan fijos durante la simulación.
8. Se realiza una transformación de coordenadas para pasar del sistema $X_v Y_v Z_v$ al sistema planetocéntrico $x_A y_A z_A$.
9. Se hace la transformación de coordenadas del sistema $x_A y_A z_A$ al sistema $x_I y_I z_I$. Luego se realiza la transformación del sistema $x_I y_I z_I$ al sistema $X_E Y_E Z_E$. De esa forma quedan expresadas las componentes del vector velocidad en este sistema y así queda completamente determinado el vector de estado.

4.2 HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES

En el estudio de este problema se hicieron uso de dos herramientas computacionales para llevar a cabo las simulaciones: *SPICE*, que es una herramienta desarrollada por la NASA y que es utilizada para el diseño y

estudio de misiones espaciales, y de MerCuPy, un wrap en python del paquete de Integración *Mercury*, utilizado para realizar la integración de las trayectorias de los bólidos de prueba.

4.2.1 SPICE

SPICE es un sistema de información desarrollado por NAIF (*Navigation and Ancillary Information Facility*) bajo la dirección de la División de ciencias planetarias de la NASA (NASA's Planetary Science División), que le permite a ingenieros y científicos tener la posibilidad de incluir datos de eventos y la geometría del espacio en el diseño de misiones, software de análisis de datos y observaciones. Uno de los elementos mas importantes de SPICE son lo *kernels*, los cuales contiene todos los archivos de datos de interés, ya sean las efemérides de los planetas y sus respectivas lunas, de algunos vehículos y misiones espaciales, de algunos cuerpos menores, kernels que contiene información sobre el sistema de referencias de observación, constantes físicas, parámetros de instrumentos entre otros (<http://naif.jpl.nasa.gov/naif/toolkit.html>). SPICE también posee un Toolkit, el cual contiene herramientas y funciones que permiten calcular efemérides, hacer conversiones, transformaciones de fechas, coordenadas, sistemas de referencia etc. (http://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/toolkit_docs/C/cspice/index.html). En la simulación. se utilizará SPICE básicamente para determinar las efemérides de los cuerpos involucrados en la simulación (planetas y lunas), así como el conversor de tiempos (para transformar de UT a ET).

4.2.2 Mercury

Para llevar a cabo la integración de los cuerpos de prueba se hace uso del paquete de integración multipropósito, *Mercury* desarrollado por John E. Chamber ([3]). *Mercury* es un software diseñado para hacer integración de N cuerpos, y optimizado para estudiar la evolución orbital de objetos que están bajo la influencia gravitacional de un cuerpo central masivo ; este paquete está escrito en FORTRAN77 y compila bajo cualquier plataforma de Linux. Este paquete utiliza un esquema de integración simpléctico el cual es mas rápido que los integradores de n-cuerpos convencionales y tiene la ventaja de que no causa acumulación de error en la energía para grandes intervalos de integración. Las desventaja de este esquema es que no se comporta bien y es impreciso cuando hay encuentros cercanos en donde las perturbaciones se hacen mayores que la influencia gravitacional del cuerpo central. Debido a ésto, *Chambers* implementó un sistema híbrido en *Mercury* que permite al sistema cambiar del esquema simpléctico a otro esquema de integración convencional cuando hay encuentros cercanos.

Mercury tiene una clasificación de cuerpos que esta dado acorde con la influencia gravitacional que ellos producen:

- **Central:** Es el cuerpo mas masivo que domina gravitacionálmente al sistema
- **Big:** son los cuerpos que pueden afectar la órbita de cualquier otro cuerpo (ya sea *big* o *small*) y sienten el efecto gravitacional del cuerpo central y otros de su tipo. Estos cuerpos también pueden colisionar con los otros cuerpos
- **Small:** estos cuerpos solo interactuar (sentir la influencia o perturbar) gravitacionálmente con cuerpos tipo *big* y con el cuerpo central pero no interactua con otros cuerpos de su mismo tipo. Esto no implica que tengan masa nula, sin embargo cuando su masa es cero, estos cuerpos son considerados como partículas de prueba.

Las condiciones iniciales de estos cuerpos (posición y velocidad) se definen en dos archivos: `small.in` para los cuerpos tipo *small* y `big.in` para los cuerpos tipo *big*. Los parámetros de configuración para la integración(algoritmo, precisión y tolerancia, tamaño de paso, tiempo inicial y final de la integración, intervalo de salida de datos) se definen en el archivo `param.in`. La información general de la integración es guardada en el archivo `info.out` y los datos son continuamente guardados en formato binario, en el archivo `xv.out`. Este paquete contiene los siguientes tres archivos, que son los encargados de llevar a cabo cualquier simulación:

- **mercury6_2.for :** es el programa principal, encargado de realizar la simulación. Contiene las rutinas principales y los integradores.
- **element6.for :** este archivo se encarga de convertir los resultados de `mercury6_2.for` (`xv.out`, `ce.out`) a elementos orbitales keplerianos. Permite hacer un estudio de la evolución orbital de los cuerpos involucrados en la integración.
- **close.for :** este programa se utiliza para obtener información detallada sobre encuentros cercanos ocurridos en la integración.

Mercury también permite incluir colisiones y eyecciones. Cuando ocurren colisiones entre dos cuerpos, Mercury termina la integración del cuerpo menos masivo y su masa se adiciona al cuerpo mas masivo. Si la distancia entre un cuerpo y el la estrella central es menor que una distancia mínima, Mercury asume que el cuerpo cayó a la estrella y suspende la integración de dicho cuerpo. Cuando el cuerpo está a una distancia crítica de la estrella, Mercury suspende la integración de este cuerpo. La distancia a la que Mercury asume que ocurre una eyección está definida alrededor de 100 UA.

Los algoritmos de integración incluidos en Mercury son (tomado textualmente del manual) :

- A second-order mixed-variable symplectic (MVS) algorithm incorporating simple symplectic correctors (see J.Wisdom et al. 1996, Fields Instit. Commun. vol 10 pp217) - this is very fast but it cannot compute close encounters between objects.

- A general Bulirsch-Stoer - slow but accurate in most situations. You can use this when all else fails, or to test whether the other algorithms are appropriate for the problem you want to study.
- Conservative Bulirsch-Stoer - twice as fast as the general BS routine, but it will only work for conservative systems, in which accelerations are a function of position only (e.g. Newtonian gravity, but not General Relativity).
- Everhart's RA15 (RADAU) - about 2-3 times faster than the general version of Bulirsch-Stoer. Usually reliable, except for very close encounters or very eccentric (e.g. Sun grazing) orbits.
- Hybrid symplectic/Bulirsch-Stoer integrator - very fast but only moderately accurate. This algorithm can compute close encounters.

Mercury permite incluir correcciones post-Newtonianas y efectos no gravitacionales en la integración (por ejemplo, cuando se quiera estudiar la evolución orbital de un cometa). Para incluir los efectos de fuerzas externas a la integración, solo hay que modificar la subrutina `mfo_user.for`

En este trabajo no se utilizó directamente Mercury, sino MercuPy, que es un wrap en python de Mercury diseñado por Jorge Zuluaga (<http://astronomia.udea.edu.co/Sci2Web/main.php>, [25]). MercuPy fue diseñado con el fin de crear un entorno mas amigable para el usuario, al momento de definir la configuración de una simulación. A diferencia de Mercury, éste solo hace uso de un archivo de configuración, en el cual se establecen todas las condiciones iniciales de los cuerpos (posición y velocidad), el tipo de cuerpo (*big*, *small* o *central*), los parámetros de los integradores.etc. También contiene herramientas de graficación que permiten visualizar los resultados de la simulación (trayectoria y evolución de los elementos orbitales)...

4.3 PARÁMETROS DE LA SIMULACIONES Y MODELO ORBITAL

El sistema de referencia utilizado en la simulación es el sistema eclíptico $X_E Y_E Z_E$ centrado en Júpiter. El escenario gravitacional está formado por Júpiter(cuerpo central), Saturno, Urano, Neptuno,el Sol y las cuatro lunas galileanas, Io, Europa, Ganymede y Calixto (todos asumidos en la simulacion como tipo BIG) . Con el fin de definir la configuración inicial del sistema (posiciones y velocidades), se hizo uso de la herramienta SPICE ⁴ para determinar las efemérides de cada cuerpo respecto a Júpiter en el tiempo inicial t , donde t es generado entre las 9-11 UT del 19 JUL 2009 con un $\Delta t = 120s$. Los kernels utilizados en SPICE para determinar las efemérides fueron: `de405.bsp`, `020204_SE_JUP199.LONG.bsp` y `020514_SE_SAT105.bsp` y contienen los datos de los siguientes cuerpos:

⁴ Se hace uso del frame *ECLIPJ2000* de SPICE, en donde el sistema de referencia espacial con respecto al cual van a ser dadas las efemérides es el sistema eclíptico y el sistema de referencia temporal es el J2000 (http://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/toolkit_docs/C/req/frames.html).

Summary for: de405.bsp

Bodies:
 MERCURY BARYCENTER (1) SATURN BARYCENTER (6) MERCURY (199)
 VENUS BARYCENTER (2) URANUS BARYCENTER (7) VENUS (299)
 EARTH BARYCENTER (3) NEPTUNE BARYCENTER (8) MOON (301)
 MARS BARYCENTER (4) PLUTO BARYCENTER (9) EARTH (399)
 JUPITER BARYCENTER (5) SUN (10) MARS (499)
 Start of Interval (ET) End of Interval (ET)
 1950 JAN 01 00:00:41.183 2050 JAN 01 00:01:04.183

Summary for: 020514_SE_SAT105.bsp

Bodies:
 MIMAS (601) DIONE (604) HYPERION (607) SATURN (699)
 ENCELADUS (602) RHEA (605) IAPETUS (608)
 TETHYS (603) TITAN (606) PHOEBE (609)
 Start of Interval (ET) End of Interval (ET)
 2002 JAN 12 00:00:00.000 2013 JAN 08 00:00:00.000

Summary for: 020204_SE_JUP199.LONG.bsp

Bodies:
 IO (501) GANYMEDE (503) AMALTHEA (505) JUPITER (599)
 EUROPA (502) CALLISTO (504) THEBE (514)
 Start of Interval (ET) End of Interval (ET)
 1973 NOV 06 00:00:00.000 2016 DEC 18 00:00:00.000

| Parámetros | Simulación 1 (4 mth) | Simulación 2 (10yr) | Simulación 3 (30 yr) | Simulación 4 (50 yr) | Simulación 5 (70 yr) |
|------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Integrador | BS | BS | BS | BS | BS |
| t_{final} | 19 APR 2009 00:00:0.000 UT | 19 JUL 1999 00:00:0.000 UT | 19 JUL 1979 00:00:0.000 UT | 19 JUL 1959 00:00:0.000 UT | 19 JUL 1939 00:00:0.000 UT |
| $v_{min}[km/s]$ | 59.427688 | 59.427688 | 59.427688 | 59.427688 | 59.427688 |
| $v_{max}[km/s]$ | 61.00 | 61.00 | 61.00 | 61.00 | 61.00 |
| t_{min} | 19 JUL 2009 09:00:0.000 UT |
| t_{max} | 19 JUL 2009 11:00:0.000 UT |
| $\Delta t[s]$ | 120 | 120 | 120 | 120 | 120 |
| $\Delta v[km/s]$ | 0.00786156 | 0.00786156 | 0.00786156 | 0.00786156 | 0.00786156 |
| N_{sim} | 12060 | 12060 | 12060 | 12060 | 12060 |

Tabla 3: Algunos de los parámetros de configuración de las simulaciones (parámetros de la integración y parámetros para generar las condiciones iniciales). N_{sim} corresponde al número de integraciones hechas o número de simulaciones. Δt corresponde al tamaño de paso utilizado para generar el t de impacto.

En Mercury, se hizo uso del integrador Bulirsch-Stoer (BS), y se estableció un tamaño de paso de $\Delta T = 1 \times 10^{-4}$ días, con una tolerancia de integración de 10^{-12} . Se hicieron 5 simulaciones, cuyo tiempo de integración fue: 4 meses, 10 años, 30 años, 50 años y 70 años, y algunos parámetros de configuración son mostrados en la [Tabla 3](#)

En resumen, para llevar a cabo cada simulación, se siguió la siguiente ruta:

1. Se genera el tiempo t de impacto. Este tiempo t es un valor dado entre 9-11 UT y cada t es generado con un tamaño de paso de $\Delta t = 120$ s.
2. Se calcula el vector de estado del bolido (posición y velocidad) siguiendo los pasos mencionados en la sección 9
3. Se determina el vector de estado de cada cuerpo incluido en la simulación, haciendo uso de SPICE. Las efemérides de cada astro son determinadas en el tiempo t obtenido en (1).

4. Se define el archivo de configuración de MercuPy. Se establece que la integración va desde t hasta la fecha final del impacto t_{final} ; el tamaño de paso para la integración es $\Delta T = 10^{-4}$ días con una tolerancia de 10^{-12} y se hace uso del integrador Bulirsch-Stoer (BS) general.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En total se hicieron 4 simulaciones con el fin de determinar la evolución orbital de todo el conjunto de cuerpos hipotéticos utilizados en la simulación. Los resultados mostrados se centran principalmente en los elementos osculantes y se hace un estudio estadístico (distribuciones de frecuencias y distribuciones acumulativas) de éstos. Asimismo se miran algunos diagramas de correlación y algunas series de tiempo de los elementos orbitales de objetos impactores específicos (con condiciones iniciales específicas) que permiten ver la evolución orbital. Mediante las curvas de distribución de los elementos orbitales se puede obtener de manera estadística la dinámica y el lugar de procedencia más probable del objeto impactor.

5.1 DISTRIBUCIONES DE ELEMENTOS ORBITALES

Cada simulación hecha con Mercury contiene N_{sim} integraciones que se diferencian una de otra en las condiciones iniciales. Por cada integración, Mercury arroja dos archivos de datos, un archivo *.pos que contiene la información del vector de estado de un cuerpo específico durante toda la integración, y otro archivo *.orb que contiene los elementos orbitales de un cuerpo por cada paso de integración. Todos estos valores están dados con respecto a un sistema eclíptico centrado en Júpiter (sistema de referencia no inercial). Para obtener la distribución de los elementos orbitales de cada simulación, se tomó el vector de estado del objeto *impactor* dado respecto a Júpiter, al final de la trayectoria de cada integración, y se transforman a un sistema eclíptico centrado en el sol. Con este vector de estado se hace uso del Toolkit de SPICE para obtener los elementos osculantes, que dan la información de la órbita del cuerpo al final de su trayectoria.

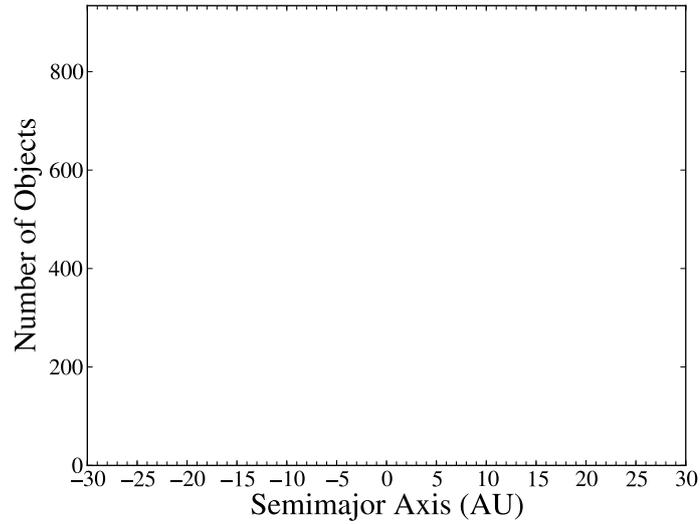
5.1.1 Distribución del semieje mayor

Haciendo uso de SPICE se obtienen los elementos osculantes finales del cuerpo (al final de la trayectoria), sin embargo SPICE no da información del semieje mayor sino de radio del periapsis. Para calcular el semieje mayor se hace uso de la ecuación de las cónicas en coordenadas polares:

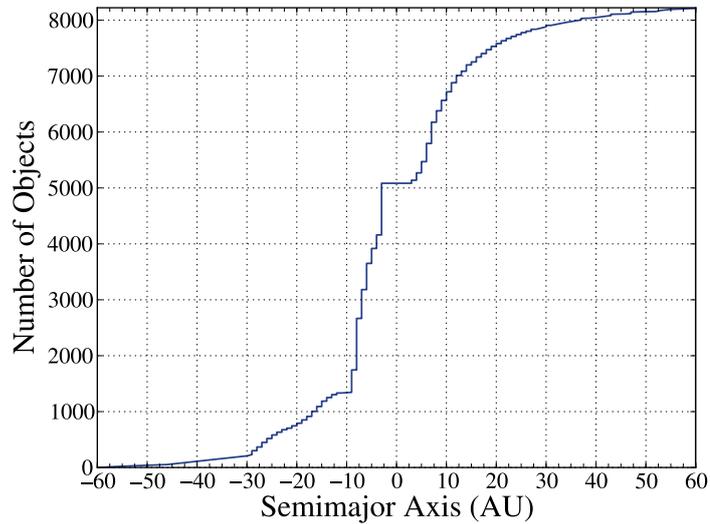
$$a = \frac{r_p}{1 - e} \quad \text{para órbitas elípticas e hiperbólicas} \quad (5.1)$$

donde a toma valores negativos para órbitas hiperbólicas¹.

¹ Algunos autores toman el semieje mayor de las órbitas hiperbólicas como positivo, cambiando el denominador por $e - 1$. Aquí se tomara la convención de $a < 0$ para orbitas hiperbólicas con el



(a)

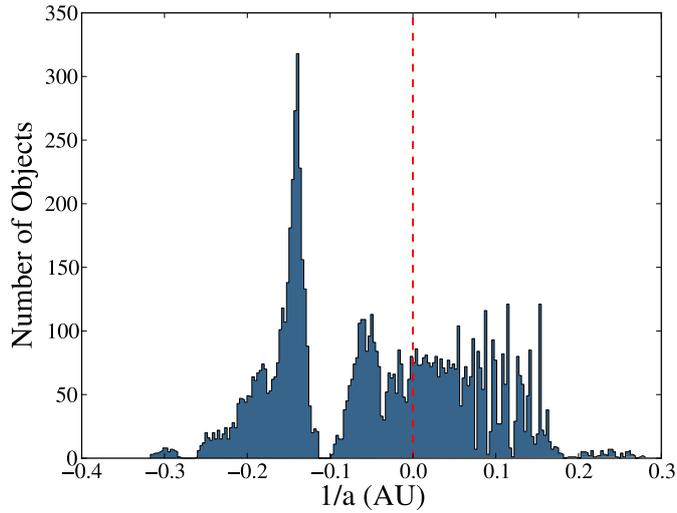


(b)

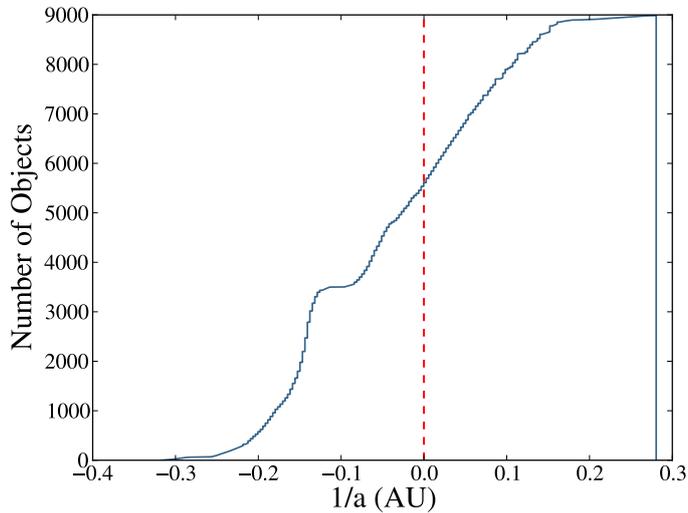
Figura 42: (a) Distribución de frecuencias del semieje mayor para los objetos *impactores* de la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa del semieje mayor para los cuerpos de prueba de la misma simulación

En la [Figura 42](#) se muestra la distribución de frecuencias y la distribución acumulativa para el semieje mayor, de la simulación de 70 yr. Como puede verse, se presentan dos grupos, uno para $a > 0$ correspondientes a órbitas elípticas y otro para $a < 0$ correspondientes a órbitas hiperbólicas. Puede notarse de los dos gráficos que la mayoría de los cuerpos presentan órbitas hiperbólicas, ya que alrededor de 5000 cuerpos presentan $a < 0$ (alrededor

fin de diferenciar las orbitas elípticas de las hiperbólicas en la distribución, ya que para órbitas hiperbólicas el radio del periapsis da mayor información de la órbita que el semieje mayor.



(a)



(b)

Figura 43: (a) Distribución de frecuencias de la energía de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa de la energía

del 57%, ver [Figura 42b](#)). Para las órbitas elípticas se puede observar que la mayoría está entre 0 y 30 UA (el semieje mayor de Neptuno es 30.102 UA) con alrededor de 2300 cuerpos entre los 5 y los 15 UA (entre Júpiter y Saturno). La distribución de frecuencias se grafica desde 0 hasta ± 30 AU puesto que la mayoría de los cuerpos se encuentran en este intervalo, como puede verificarse en la distribución acumulativa. Como se mostró en la [Tabla 3](#), para la simulación de 70 yr se hicieron 12060 integraciones, sin embargo en el diagrama acumulativo se muestran 8837 ya que 2662 integraciones correspondieron a objetos eyectados ($distancia > 100UA$) y el resto a órbitas que retornaron a Júpiter (no tuvieron la energía suficiente para escapar del campo gravitacional de Júpiter) o están aun orbitando a éste (no han logrado

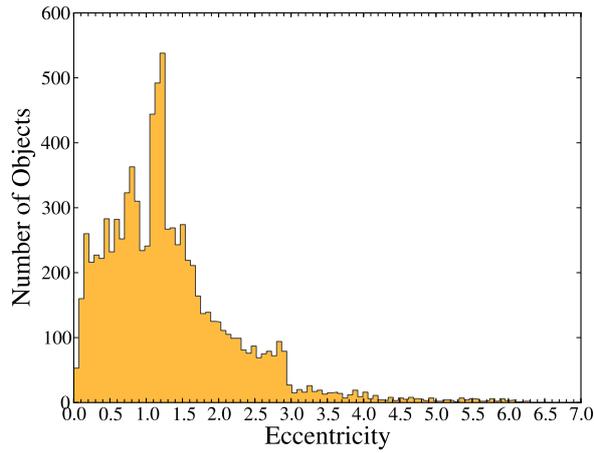
escapar después de 70yr). La mayoría de los cuerpos con órbitas elípticas se encuentran dentro del rango 5-30 UA en donde se pueden encontrar algunos cometas de la familia de Júpiter, los centauros y los objetos trans-neptunianos, mientras que solo una pequeña fracción presentan órbitas internas a Júpiter, con semiejes mayores superior al de Marte (región del cinturón principal de asteroides). A pesar de que la mayoría de órbitas son hiperbólicas, la información del semieje mayor no es muy significativa ya que para esta cónica el semieje mayor es la distancia del vértice a la directriz. Esto mismo puede verse en las distribuciones de la energía mostrada en la [Figura 43](#), donde alrededor de 5500 cuerpos presentan órbitas hiperbólicas y el resto órbitas elípticas.

5.1.2 *Distribución de la excentricidad*

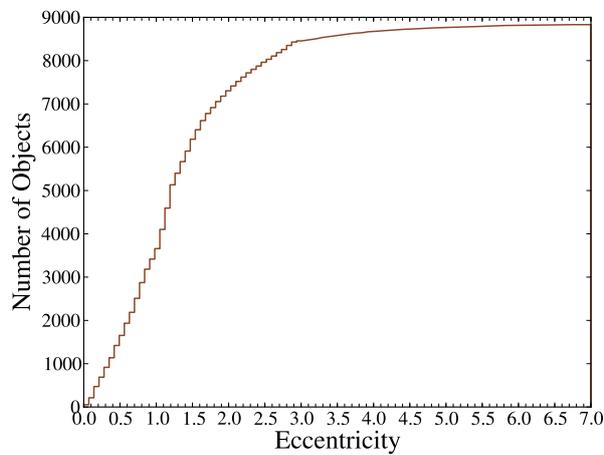
En la distribución de frecuencias mostrada en la [Figura 44](#), se puede ver que solo alrededor de 3500 cuerpos presentan órbitas elípticas y el resto corresponde a órbitas hiperbólicas. La mayoría de estos cuerpos poseen excentricidades mayores a 0.5 tal como se ve en la distribución acumulativa ([Figura 44b](#)) ya que aproximadamente 2500 cuerpos (71%) están en este rango de excentricidades mientras que los otros 1000 cuerpos poseen excentricidades entre 0 y 0.5. Probablemente estos 2500 cuerpos son los que poseen semiejes mayores entre 5 UA y 30 UA ya que al ser muy excéntricos, poseen mayor energía. Las órbitas menos excéntricas ($0 < e < 0.5$) corresponden a los cuerpos que poseen semiejes mayores entre Marte y Júpiter. Para los cuerpos con excentricidades mayores a la unidad, la mayoría tiene excentricidades entre 1 y 3 (93%), y el resto tienen excentricidades entre 3 y 6.5. Estos últimos corresponden a las integraciones con velocidades de impactos cercanas a 61 km/s, ya que son las órbitas mas energéticas, mientras que el 93% poseen velocidades de impactos entre 59.89 km/s y 60.5 km/s.

5.1.3 *Distribución del radio de periapsis*

En la [Figura 45](#) se muestra la distribución de frecuencias y acumulativa para el radio del periapsis, tomado al final de la trayectoria de cada partícula de prueba en el tiempo t_f , de la simulación de 70 yr. En este caso se hace una separación de órbitas hiperbólicas y elípticas tal como se hizo para la distribución de semieje, ya que en este caso el radio del periapsis puede dar información significativa sobre las órbitas hiperbólicas. Se puede ver que la mayoría de las órbitas elípticas tienen un radio del periapsis entre 2 UA y 10 UA, con un pico entre 4.5 UA y 7 UA. Alrededor de 3000 cuerpos ($\sim 86\%$) están dentro de este pico y el resto se encuentra en la región dada por $2\text{UA} < r_p < 4.5\text{UA}$ (~ 167 cuerpos, $\sim 4.8\%$) y la dada por $7\text{UA} < r_p < 12\text{UA}$ (~ 230 cuerpos, $\sim 6.7\%$), tal como se muestra en la [Figura 45b](#). Las órbitas con radio del periapsis cercano a 5.02 UA (por encima o por debajo) son fuertemente perturbadas por Júpiter ya que cruzan su órbita o tienen encuentros cercanos con éste.



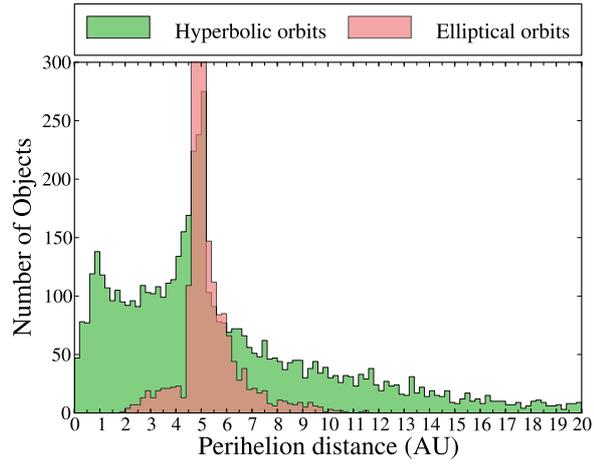
(a)



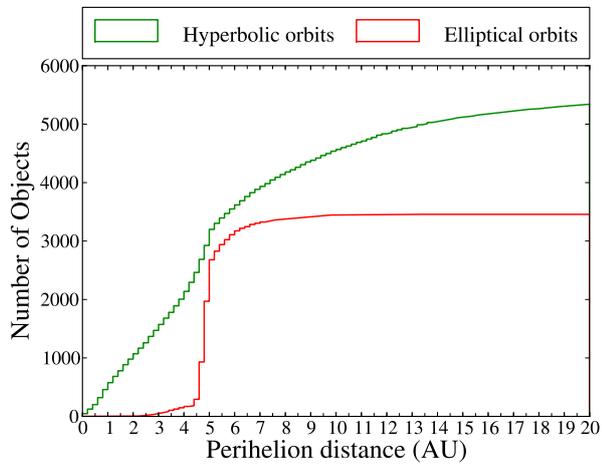
(b)

Figura 44: (a) Distribución de frecuencias de la excentricidad de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. (b) Distribución acumulativa de la excentricidad

A diferencia de las órbitas elípticas que presentan una distribución estrecha, las órbitas hiperbólicas presentan una distribución mas esparcida, entre 0 y 20 UA. Alrededor de 5000 cuerpos presentan radios del periapsis entre 0 y 12 UA, con un pico entre 3.5 UA y 7 UA (~ 2080 cuerpos, $\sim 39\%$); entre 0 y 5.0 UA se encuentran alrededor de ~ 2916 cuerpos ($\sim 54\%$) y el resto tienen radios del periapsis mayores a 5 UA. Se puede ver que hay objetos *impactores* con órbitas cuyo perihelio es cercano a cero, es decir, muy cercanos al sol, indicando que si dicha trayectoria no fuera perturbada por ningún otro cuerpo, éste tendría un encuentro cercano con el sol y podría colisionar con él (aunque si es es una órbita muy energética probablemente podría escapar aunque este muy cerca debido a su velocidad en el perihelio). Esta órbitas se podrían asociar a cuerpos con velocidad inicial cercana a 61 km/s (velocidad de impacto) ya que corresponden a hipérbolas muy energéticas, lo cual puede ser verificado



(a)



(b)

Figura 45: (a) Distribución de frecuencias del radio del periapsis y (b) Distribución acumulativa de la excentricidad, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. Se muestran por separado las distribuciones para órbitas elípticas e hiperbólicas.

de forma muy sencilla conceptualmente: del problema de los dos cuerpos, se sabe que el radio del periapsis para una órbita hiperbólica está dado por:

$$r_p = a(e - 1) \quad (5.2)$$

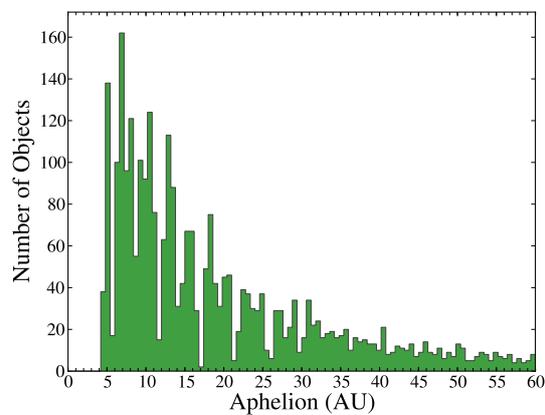
donde se ha tomado $a > 0$ (solo es una convención). Ahora, la energía de una órbita hiperbólica, asumiendo la misma consideración para a , está dada por:

$$\mathcal{E} = \frac{\mu}{2a} \quad (5.3)$$

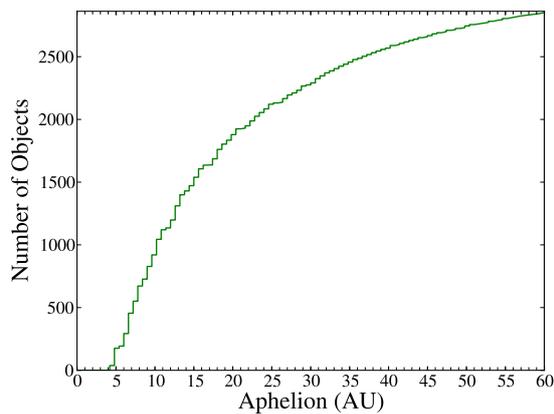
Se puede ver que r_p toma valores muy pequeños si a es muy pequeño, o equivalentemente, si la energía de la órbita es grande. Ahora, una de las

características dinámicas de los cuerpos con órbitas hiperbólicas es que éstos poseen una velocidad distinta de cero en el infinito (cuando están muy alejados del cuerpo central) y por lo tanto con energía específica (Energía por unidad de masa) que sería completamente cinética: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} v_{\infty}^2$, de donde se puede ver que cuerpos con $v_{\infty} \gg 1$ poseen energías mayores. Estos cuerpos con dicha condición en la velocidad son aquellos que salen con órbitas directas desde Júpiter lo cual indica que poseen velocidades de impactos mayores a la velocidad de escape de éste. Otra posibilidad que podría satisfacer la condición $r_p \ll 1$ es que la órbita posea una excentricidad cercana a 1.0 (casi parabólicas) lo cual daría como resultado órbitas muy poco energéticas.

5.1.4 Distribución del afelio



(a)



(b)

Figura 46: (a) Distribución de frecuencias y (b) Distribución acumulativa del afelio, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr.

En las distribuciones hechas para el afelio (Figura 46) solo se tienen en cuenta las órbitas elípticas puesto que son las únicas que poseen este elemento osculante. Para este caso se ve que la mayoría de los cuerpos tienen afelios

entre 5 y 60 UA, con alrededor de 2360 cuerpos ($\sim 68\%$) entre la órbita de Júpiter y Neptuno ($5 \text{ UA} < Q < 35 \text{ UA}$), y un poco menor a 400 cuerpos para la región $35 \text{ UA} < Q < 60 \text{ UA}$ (se grafica hasta 60 UA puesto que en esta región se encuentra el mayor peso estadístico). Hay una minoría de cuerpos que tienen afelios menores a 5 UA lo que indica que son órbitas internas, sin embargo son mucho menor en numero en comparación con los valores obtenidos en las anteriores distribuciones (específicamente en las distribuciones del periapsis y semieje mayor). Comparando con los resultados anteriores, esta distribución indica que algunas de estas órbitas “internas” podrían cruzar la órbita de Júpiter. Las orbitas con afelios muy grandes corresponden a aquellas cuya energía esta cercana a 0 y excentricidades cercanas a 1, con velocidades cercanas a la velocidad de escape del sistema solar desde Júpiter (la mayoría de estos cuerpos tienen velocidades de impactos o velocidades iniciales menores a 59.9 km/s).

5.1.5 Distribución de la Inclinación

Al igual que se hizo para el radio del periapsis, la distribución de frecuencias y acumulativa de la inclinación se separaron para órbitas elípticas e hiperbólicas. Como puede verse en la [Figura 48](#), todos los cuerpos con órbitas elípticas tienen inclinaciones muy bajas, entre 0 y 20° , pero la mayoría están concentrados entre 0 y 15° (~ 3300 cuerpos, 95%) haciendo parte de clasificación conocida como cometas eclípticos.

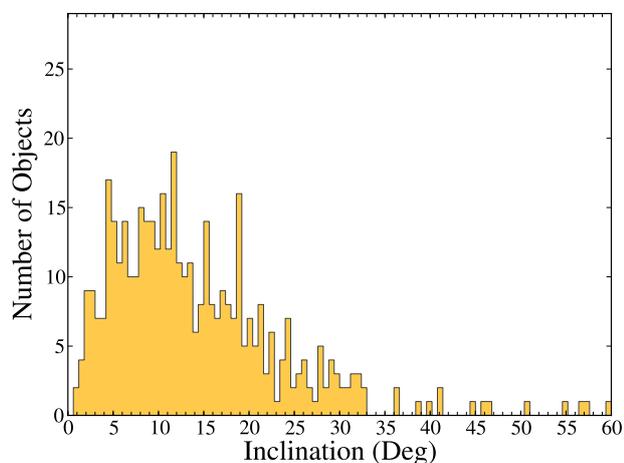
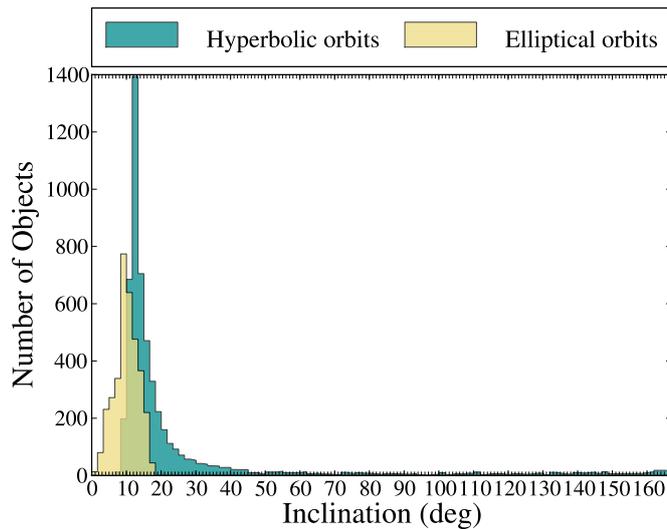
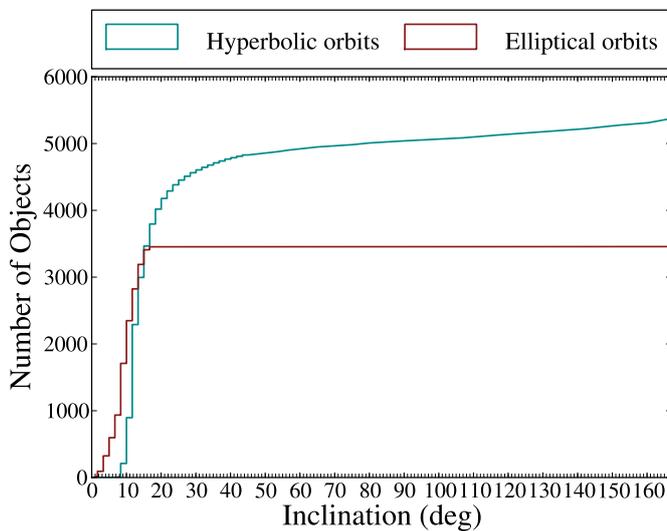


Figura 47: Distribución de la inclinación para los cometas periódicos.

En la figura [Figura 47](#) se muestra la distribución de la inclinación para los cometas periódicos; se puede ver que la mayoría presentan órbitas entre los 0 y 30° , y la envolvente tiene una forma tipo Rayleigh, al igual que la distribución obtenida en la simulación. Comparando con el resultado mostrado por las anteriores distribuciones, se puede ver que estas órbitas están influenciadas dinámicamente por Júpiter ya que la mayoría de los cuerpos cruzan su órbita, permitiendo la posibilidad de tener encuentros cercanos. Estas distribuciones



(a)



(b)

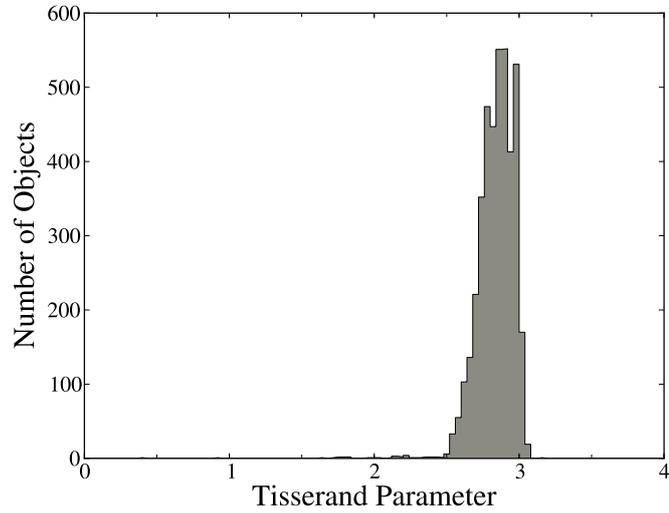
Figura 48: (a) Distribución de frecuencias y (b) Distribución acumulativa de la inclinación, de las integraciones hechas para la simulación de 70 yr. Se muestran por separado las distribuciones para órbitas elípticas e hiperbólicas.

dan la sospecha de que estos objetos con órbitas eclípticas podrían pertenecer a la Familia de Cometas de Júpiter.

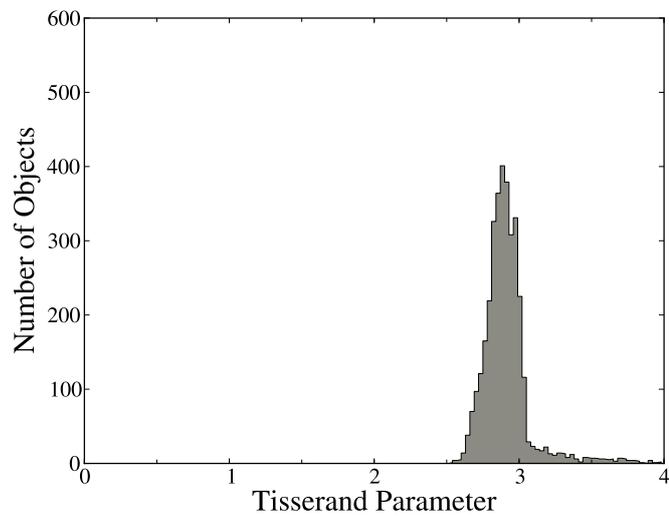
Para el caso de órbitas hiperbólicas se puede ver que también presentan bajas inclinaciones en el rango $10^\circ - 35^\circ$ con un pico a los 20° . Alrededor de 3600 cuerpos (67%) están entre los 10° y los 25° y el resto entre los 25° y 140° , aunque aproximadamente el 96% tienen órbitas prógradas. Las órbitas hiperbólicas en el sistema solar se asocian fundamentalmente a cuerpos pertenecientes a la nube de Oort, la cual se caracteriza por tener una distribución isotrópica en la inclinación, entre 0 y 360° , sin embargo se puede

ver que las órbitas obtenidas en la simulación poseen bajas inclinaciones, características de los cuerpos eclípticos.

5.1.6 Distribución del parámetro de Tisserand



(a)



(b)

Figura 49: (a) Distribución de frecuencias del parámetro de Tisserand para la simulación de 50 yr, (b) Distribución de frecuencias del parámetro de Tisserand para la simulación de 70 yr (ambas para órbitas elípticas).

El parámetro de Tisserand es la cantidad cuasi-conservada que se utiliza para categorizar a los cometas u objetos que han tenido encuentros cercanos con Júpiter. La mayoría de las soluciones que dieron como resultados órbitas elípticas presentan características de cometas perteneciente a la familia de

Júpiter. En la figura [Figura 49](#) se muestra la distribución de este parámetro, obtenido para la simulación de 50 yr y la de 70 yr; se puede ver claramente que la mayoría de las órbitas obtenidas para ambas simulaciones tienen parámetros de Tisserand entre 2 y 3, rango característico de la familia de cometas de Júpiter. Los cuerpos que tienen parámetro de Tisserand mayor a 3 son de naturaleza asteroidal y los que poseen este parámetro menor a 2 son los cometas de periodo largo provenientes de la nube de Oort ([Sección 2.4.1](#)).

Se puede ver en ambas distribuciones que no hay cuerpos con parámetro de Tisserand menores a 2, todos presentan órbitas de periodo corto, y algunos tienen parámetros de Tisserand mayor a 3. Estos últimos poseen órbitas internas (no cruzan la órbita de Júpiter) y pueden tener naturaleza asteroidal o cometaria (cometas del cinturón principal). Comparando las dos distribuciones, se puede ver que cierto número de cuerpos pasaron de tener parámetro de Tisserand entre 2 y 3, a tener parámetro de Tisserand mayor a 3; esto significa físicamente que algunos cometas pasaron de tener órbitas externas a órbitas internas debido a perturbaciones gravitacionales generadas por Júpiter (este es un proceso muy común entre los cuerpos dominados dinámicamente por Júpiter), aunque hay que recordar que cerca del límite ($T = 3$) se presenta cierta ambigüedad en la clasificación.

5.2 ALGUNOS DIAGRAMAS DE CORRELACIÓN

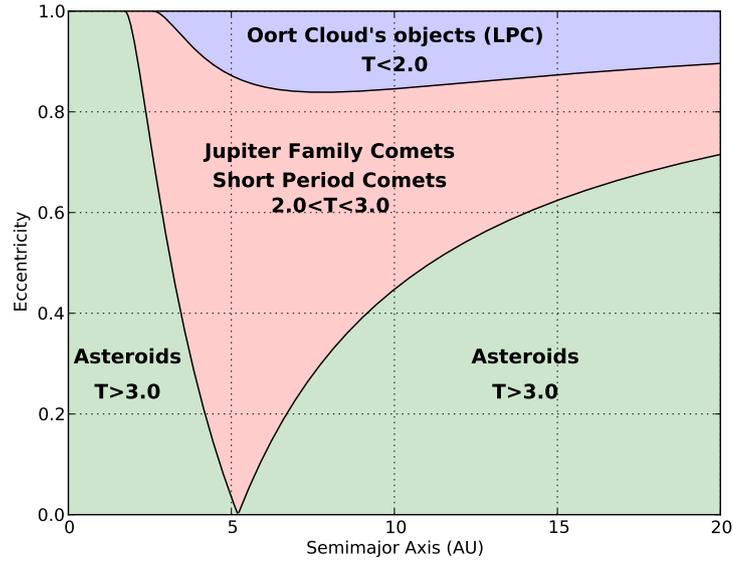
5.2.1 *Excentricidad vs Semieje mayor*

El diagrama de correlación entre la excentricidad y el semieje mayor puede ser utilizado para visualizar la clasificación establecida por el parámetro de Tisserand ya que éste es una cantidad obtenida de la relación de estos dos elementos:

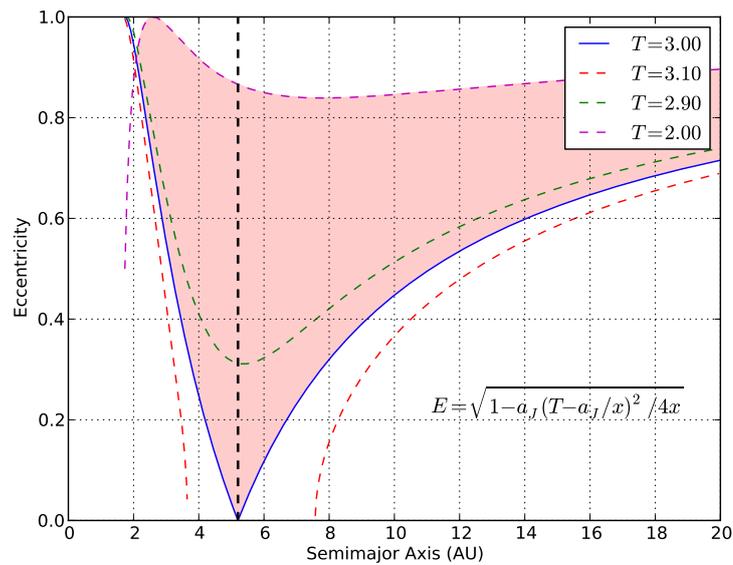
$$T_J = \frac{a_J}{a} + 2\sqrt{\frac{a}{a_J}(1 - e^2)} \cos i \quad (5.4)$$

En la [Figura 50](#) se muestra un diagrama ilustrativo de la excentricidad *versus* el Semieje mayor, donde se señalan a color las regiones de acuerdo a la naturaleza del objeto. En esta figura se grafican dos curvas que delimitan las regiones y por ende la naturaleza de los objetos: la línea que separa a la región dada para los asteroides y para la Familia de cometas de Júpiter es la curva dada para $T = 3$ (curva azul en la [Figura 50b](#)) y la línea que separa a la región dada para la Familia de Cometas de Júpiter y los objetos de la Nube de Oort esta dada para $T = 2$. En la [Figura 50b](#) se muestran algunas curvas dadas para distintos valores de T (parámetro de Tisserand), así como la ecuación de cada una de ellas; en cada una de estas curvas se asume que la inclinación, dada con respecto al plano orbital de Júpiter, es igual a cero.

En la [Figura 51](#) se muestra el gráfico de correlación e vs a para los resultados obtenidos de la simulación de 70 yr. Puede verse que la mayoría de los puntos están dentro de la región perteneciente a la familia de cometas de Júpiter (cuerpos con parámetro de Tisserand entre 2 y 3). Los cuerpos dentro esta



(a)



(b)

Figura 50: (a) Diagrama ilustrativo de la excentricidad vs el semieje mayor, donde se muestran la naturaleza del cuerpo de acuerdo al par de elementos orbitales a y e . (b) Curvas de e vs a para distintos valores del parámetro de Tisserand (T). La línea negra punteada localizada en $a = 5.02$ UA⁶ corresponde al semieje mayor de Júpiter

región (la región roja mostrada en la [Figura 50a](#)) tienen órbitas que son externas o que cruzan la órbita de Júpiter; la mayoría tienen semiejes mayores superior a 5.2 UA y excentricidades mayores a 0.1. Se puede ver que solo unos cuantos tienen excentricidades entre 0.0 y 0.3 y semieje mayor por encima de 5.2

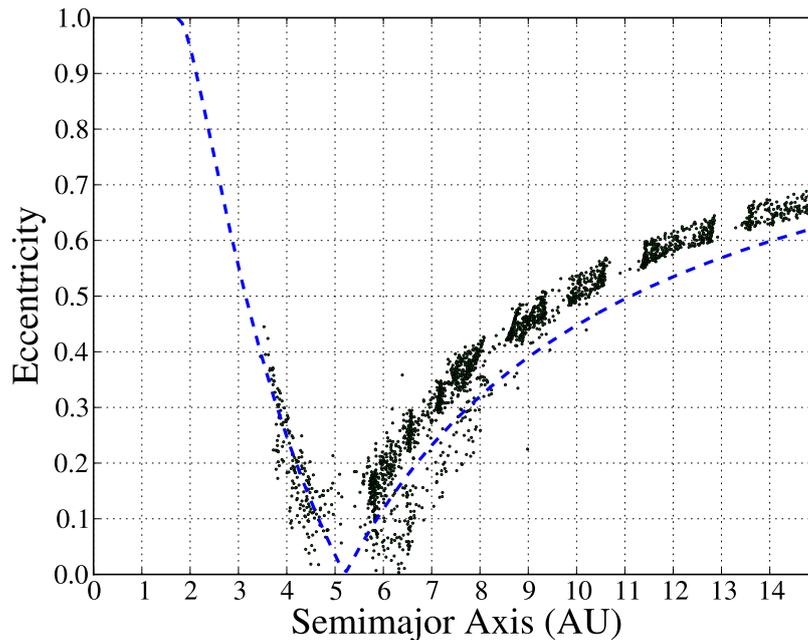


Figura 51: Diagrama de correlación entre la excentricidad y el semieje mayor para las órbitas elípticas obtenidas en la simulación de 70 yr

UA o por debajo de este. Asimismo se puede notar que hay una minoría de cuerpos que están por encima o por debajo de la curva, en la región perteneciente a los asteroides ($T > 3$); estos cuerpos tienen la característica dinámica de pasar de órbitas internas a órbitas externas o vice-versa ya que están muy cercanos a Júpiter. Hay que resaltar que algunos de estos cuerpos caen dentro de la región perteneciente a la familia de asteroides Hilda o de un grupo de cometas del cinturón principal conocidos como los cuasi-Hildas ($3 \text{ UA} < a < 5 \text{ UA}, 0 < e < 0.25$), llamados así por tener características orbitales similares a los asteroides Hildas, (que están en resonancia 3:2 con Júpiter). Esto es interesante puesto que esta región es una fuente de cuerpos que colisionan frecuentemente con Júpiter, más que los pertenecientes a la familia de cometas y además, algunos autores que estudiaron la evolución orbital de los fragmentos del cometa Shomeaker-Lervy 9 encontraron que éste provenía de este grupo cometario (Benner and Mckinnon (citar)). Sin embargo, estos cuerpos con dichas características orbitales corresponden solo aproximadamente al 5% del total (8832 cuerpos)². En la Figura 52 se muestra el mismo diagrama de correlación incluyendo las órbitas hiperbólicas.

5.2.2 Radio del peripasis vs Excentricidad

A modo de comparación, se muestra en gráfico de correlación entre el radio del periapsis y la excentricidad (Figura 53) ya que como se había

² Recordar que los cuerpos faltantes corresponden a aquellos que fueron eyectados, que colisionaron con Júpiter nuevamente o que aun no han escapado.

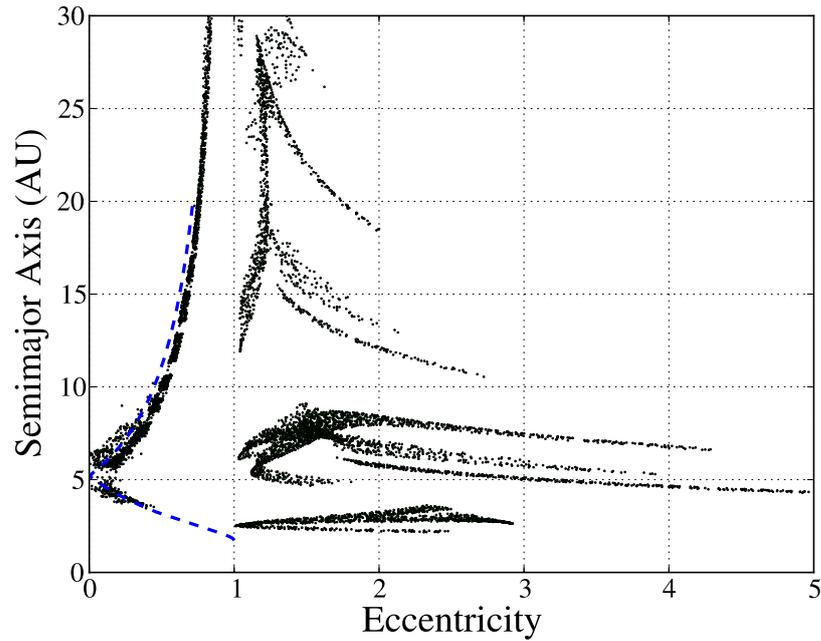


Figura 52: Diagrama de correlación entre el semieje mayor y la excentricidad para órbitas elípticas e hiperbólicas obtenidas en la simulación de 70 yr

mencionado anteriormente, este es de mucha más utilidad para el caso de órbitas hiperbólicas y parabólicas. Tal como se discutió en la distribución del radio del periapsis, se puede notar que las órbitas con perihelios cercanos a cero poseen excentricidades cercanas a 1.0 (casi parabólicas) mientras que órbitas muy excéntricas poseen perihelios muy grandes, aunque se puede notar que hay algunas órbitas con perihelios mayores a 6 UA y excentricidades cercanas a 1. Las órbitas elípticas con excentricidades menores a 0.5 tienen perihelios entre la órbita de Marte y Saturno (entre 1.5 – 7 UA), mientras que las órbitas con excentricidades mayores a 0.8 tienen perihelios superiores a 4.5 UA y menores a 11 UA.

En la [Figura 54](#) se puede ver que las órbitas hiperbólicas muy excéntricas y que poseen perihelios mayores al semieje mayor de Saturno (~ 10 UA) son muy energéticas tal como es de esperarse, puesto que la energía se hace mayor a grandes excentricidades o a perihelios pequeños, lo cual puede verse fácilmente de su expresión (para órbitas hiperbólicas):

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2r_p}(e - 1) \quad (5.5)$$

5.2.3 Perihelio vs Afelio

En la [Figura 55](#) se muestra el diagrama de correlación entre el perihelio y el afelio de las órbitas obtenidas en la simulación de 70 yr. Como las órbitas hiperbólicas no poseen afelio, se estableció para éstas un afelio igual a cero, lo

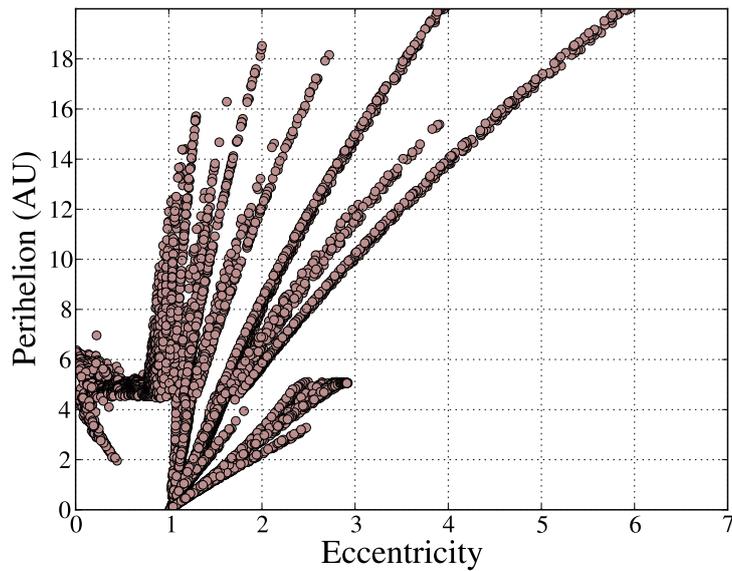


Figura 53: Diagrama de correlación del radio del periapsis y la excentricidad, para la simulación de 70 yr (este diagrama contiene las órbitas hiperbólicas, elípticas y parabólicas obtenidas en la simulación)

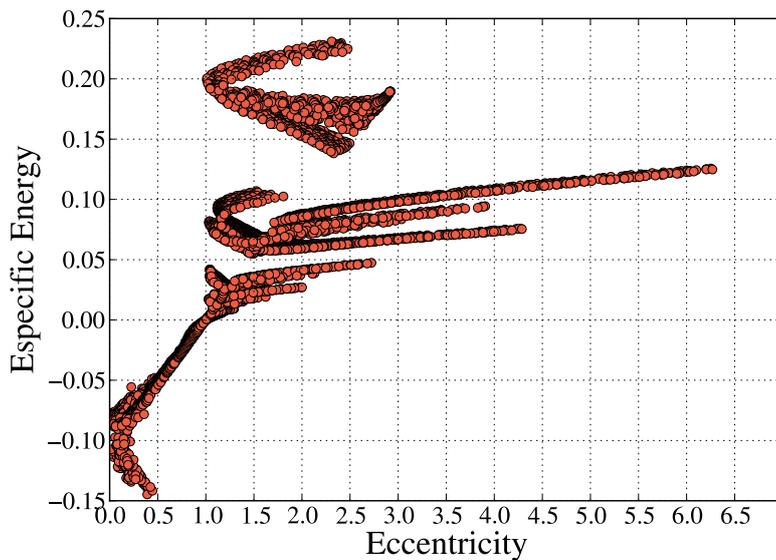
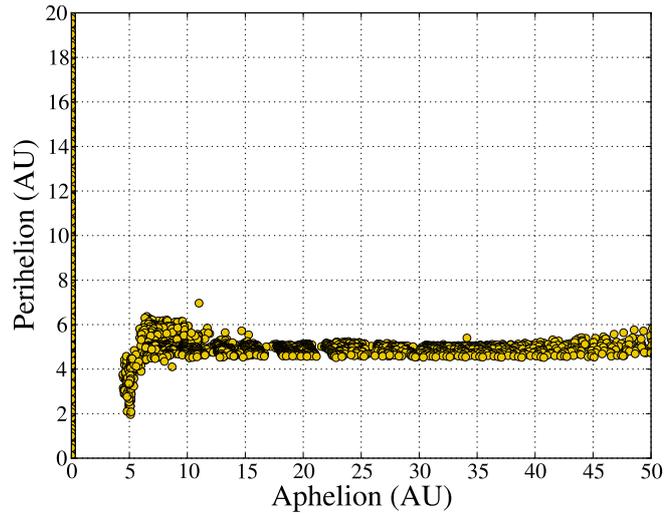
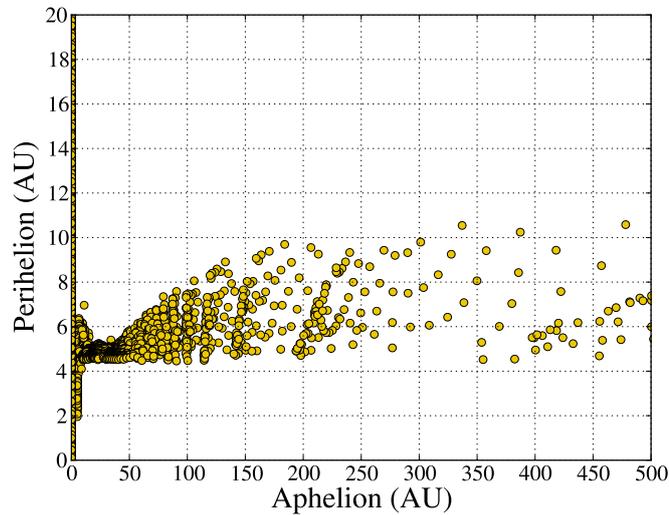


Figura 54: Diagrama de correlación entre la excentricidad y la energía, para la simulación de 70 yr

que se puede ver en la [Figura 55a](#) como un conjunto de puntos a lo largo del eje y . Las órbitas elípticas con perihelios entre 2 UA y 6 UA poseen un amplio rango de afelios; los que poseen afelios entre 5 UA y 10 UA son los que tienen excentricidades entre 0 y 0.5 (ver [Figura 53](#)) y contiene tanto orbitas internas como algunas órbitas externas ($q > a_f$) mientras que los que poseen afelios



(a)



(b)

Figura 55: (a) Diagrama de correlación del perihelio y el afelio con Q menores a 50 UA. (b) Diagrama de correlación del perihelio y el afelio con Q entre 0 y 500 UA, ambas para la simulación de 70 yr.

mayores 15 UA y perihelios entre 4 y 6 son los que tienen excentricidades superiores a 0.5.

Como es de esperarse, las órbitas más excéntricas poseen perihelios pequeños y afelios muy grandes tal como se muestra en la [Figura 55](#) ya que entre más excéntricas, más energía tienen los cuerpos y por tanto más posibilidad de escapar. Como se puede ver en dicha figura, estas órbitas poseen afelios que llegan a las 500 UA y perihelios entre 4 UA y 10 UA indicando que son objetos que tienen periodos muy largos, sin embargo, la mayoría de los cuerpos con órbitas elípticas presentan parámetro de Tisserand entre 2 y 3, y algunos tienen T mayor a 3. Hay que recordar que los cometas de periodo largo

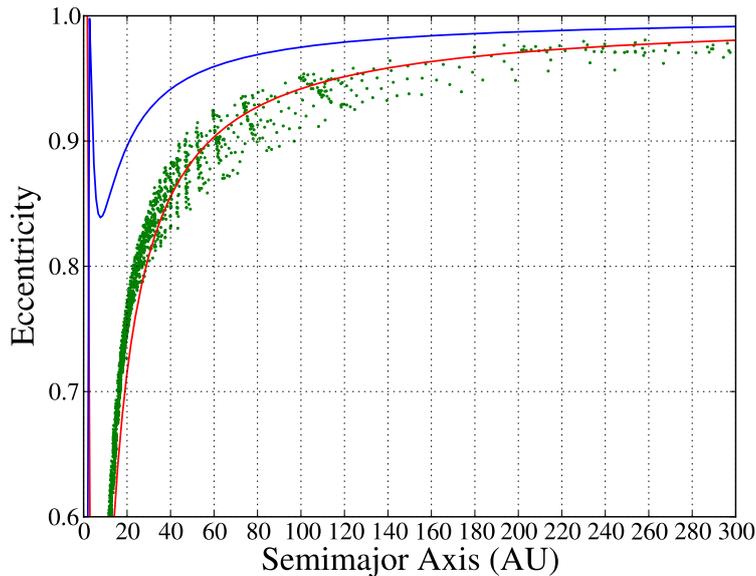


Figura 56: Diagrama de correlación del semieje mayor y la excentricidad para valores grandes del semieje mayor. La curva azul corresponde a $T=2$ y la roja corresponde a $T=3$; la región entre estas dos curvas pertenece a los cometas de periodo corto mientras que la región por encima de la curva azul corresponde a los cometas de periodo largo

se caracterizan por tener periodos de revolución mayor a los 200 años, es decir, estos pueden pasar por el sol solo una vez y no regresar. Estos cometas presentan excentricidades cercanas a 1 y tienen inclinación que va desde los 14° hasta los 160° . Su afelio puede medir cientos de unidades astronómicas lo cual ubica a estas órbitas entre el borde del cinturón de Kuiper y la nube de Oort.

Como se puede ver en la [Figura 56](#), éstos cuerpos que presentan características de cometas de periodo largo, pero no están dentro del área perteneciente a los cuerpos con $T \leq 2$ sino que están dentro de la región perteneciente a los cometas de periodo corto o en la región perteneciente a asteroides ($T > 3$). Hay que hacer énfasis en que más que ser de naturaleza asteroidal, lo que quiere decir dinámicamente que un cuerpo tenga parámetro de Tisserand mayor a 3, es que poseen órbitas que no cruzan la órbita de Júpiter. Además, cabe resaltar que el parámetro de Tisserand es ambiguo y discriminante ([11]) cuando se aplica muy cerca de la frontera, puesto que este es una cantidad cuasi-conservada que proviene del problema restringido de los tres cuerpos, que al final también es una aproximación; y como puede verse en la [Figura 56](#), para valores grandes del semieje mayor, las dos curvas toman forma asintótica y se acercan entre sí.

Como se mencionó en el [Capítulo 2](#), la naturaleza de los cometas puede ser clasificada por medio del parámetro de Tisserand o por medio de su periodo orbital por lo que a manera de complemento, se gráfica la distribución del periodo orbital de los cometas elípticos (ver [Figura 57](#)). Se puede ver en dicha figura que, estadísticamente la mayoría de los cuerpos presentan

periodos orbitales menores a 200 años mientras que solo una pequeña minoría corresponden a cometas de periodo largo (LPC), aunque no se muestre en la distribución del parámetro de Tisserand. Por tanto, es muy poco probable que el objeto que impactó a Júpiter presente este tipo de órbitas “ ambiguas”, ya que corresponden a cuerpos con velocidades de impacto muy altas.

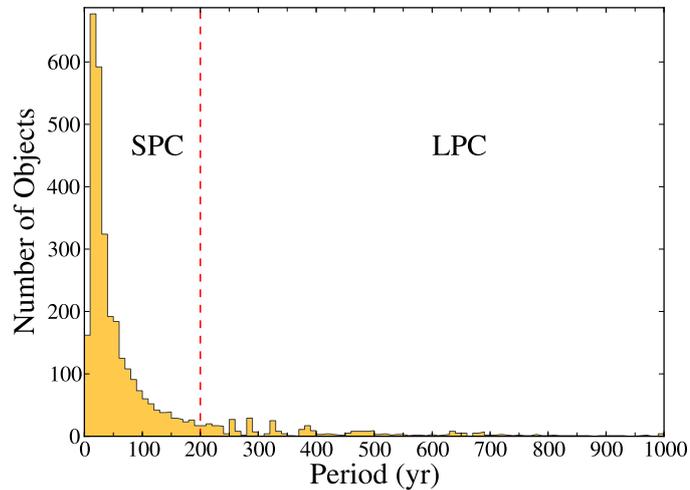


Figura 57: Distribución del periodo orbital de los cuerpos con órbitas elípticas obtenidos en la simulación. Los cometas de periodo corto (SPC) tienen periodos menores a 200 años mientras que los cometas de periodo largo (LPC) tienen periodo orbital mayor a 200 años.

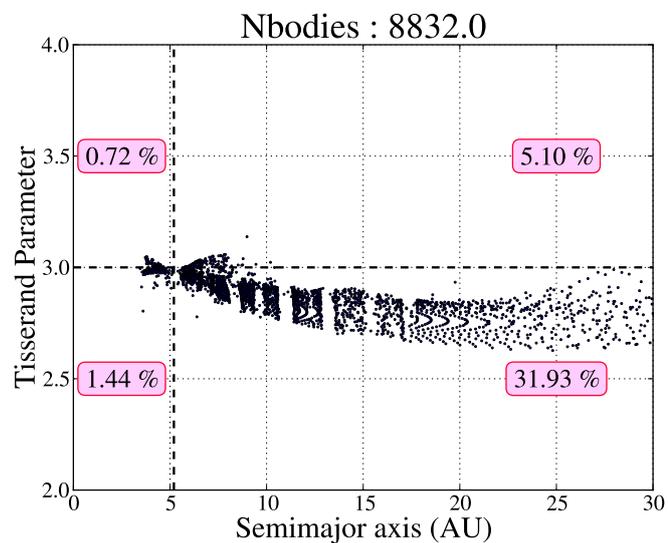


Figura 58: Diagrama de Correlación entre el parámetro de Tisserand y el semieje mayor. Se trazan las líneas $T=3$ y $a = 5.2$ UA y se muestra el porcentaje de cuerpos en cada región.

Por último, se muestra en la [Figura 58](#) el diagrama de correlación entre el parámetro de Tisserand y el semieje mayor de los cuerpos con órbitas elípticas.

Se puede ver que dicho diagrama fue dividido en 4 regiones y se calculó el porcentaje de cuerpos en cada una de ellas. La mayoría de los cuerpos con órbitas elípticas (ó el 31.93% del total de cuerpos que lograron escapar) están dentro de la región dada por $2 < T < 3$ y $a > a_J$ indicando que la mayoría podrían pertenecer a la Familia de Cometas de Júpiter de acuerdo a la clasificación del parámetro de Tisserand. Los cuerpos dentro de la región $T > 3$ y $a < a_J$ pueden ser de naturaleza asteroidal o pertenecer a los cometas tipo Encke (ver Sección 2.4.2), y conforman sólo el 0.72% del total cuerpos. Para la región dada por $T > 3$ y $a > a_J$ se encuentra el 5.10% del total de cuerpos y ésta caracterizada por albergar los cometas exteriores (con órbitas externas) a Júpiter o tipo Chiron. Los cuerpos dentro de la región $2 < T < 3$ y $a < a_J$ entrarían también dentro de la clasificación de Familia de cometas, solo que poseen órbitas mas pequeñas y muy cercanas a Júpiter solo que con el tiempo podrían pasar a órbitas internas o externas debido a las fuertes perturbaciones de Júpiter.

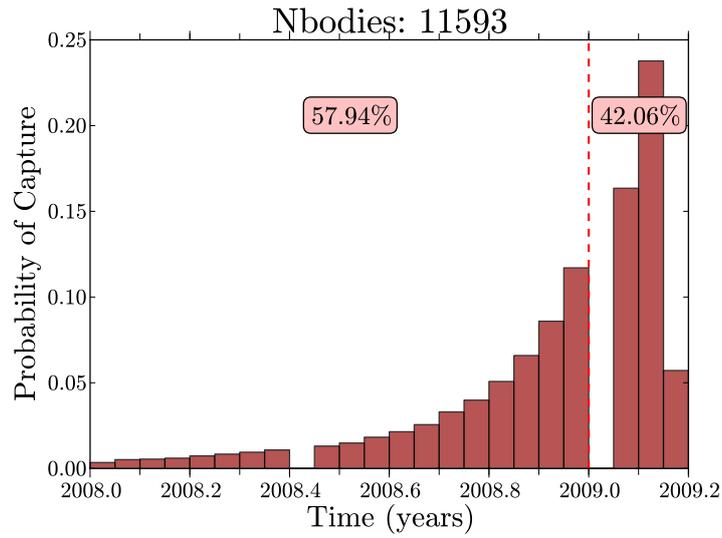
5.2.4 Histograma de Captura

De acuerdo a la velocidad de encuentro (relativa a Júpiter) de un objeto con Júpiter, éste puede ser capturado e impactar de forma directa ó inmediata, o comenzar a dar órbitas alrededor de éste por cierto tiempo (long-lived capture) antes de impactarlo. Para tener un *insight* de cómo fue este proceso, se hace un histograma del tiempo de captura para ver cual fué la fecha mas probable en la que el objeto fue capturado. La fecha en la que el objeto fué capturado se determina cuando éste sale de la Esfera de Hill de Júpiter, es decir, cuando sale de su influencia gravitacional y su órbita pasa de ser jovicéntrica a heliocéntrica. El radio de la esfera de Hill esta dada por:

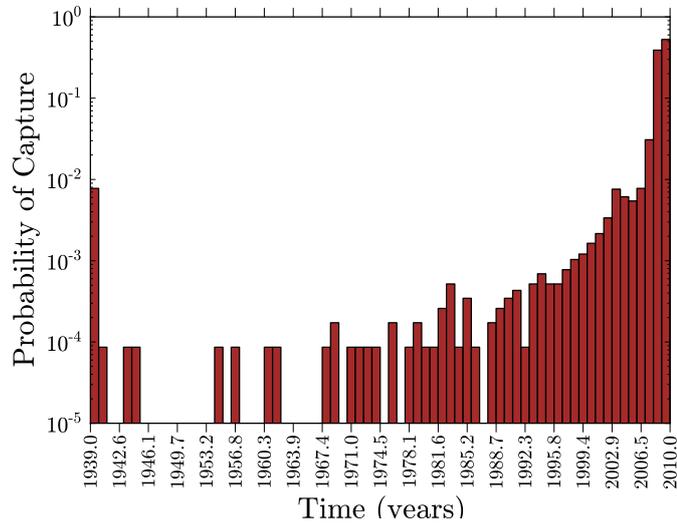
$$R_H = \left(\frac{m_p}{3m_s} \right)^{1/3} a_p, \quad (5.6)$$

donde m_p es la masa del planeta, m_s es la masa del sol y a_p es el semieje mayor del planeta.

En la Figura 59a se muestra el histograma de captura de los cuerpos obtenidos en la simulación, graficada desde el 2008 hasta el 2009, que es donde se ve la mayor probabilidad de captura. Se puede ver que alrededor del 42.03% de los cuerpos entró a la esfera de influencia desde principios del año 2009 indicando así que el objeto que impacto a Júpiter provino directamente de una órbita heliocéntrica mientras que el 57.94% fueron capturados por Júpiter en órbitas jovicéntricas antes de que éstos lo impactaran. En la Figura 59b se muestra el mismo histograma de captura pero en escala logarítmica y se amplía el rango temporal, con el fin de apreciar todas la fechas de captura. Se puede ver que hay capturas largas (*long-lived captures*), es decir, cuerpos que fueron capturados en órbitas jovicéntricas y dieron varias revoluciones alrededor de Júpiter por varios años. La probabilidad de que estas órbitas fueran las seguidas por el objeto impactor están entre $10^{-2} - 10^{-4}$. Este resultado se asemeja al obtenido para el caso del Shoemaker-Levy 9, el cual fue capturado en una



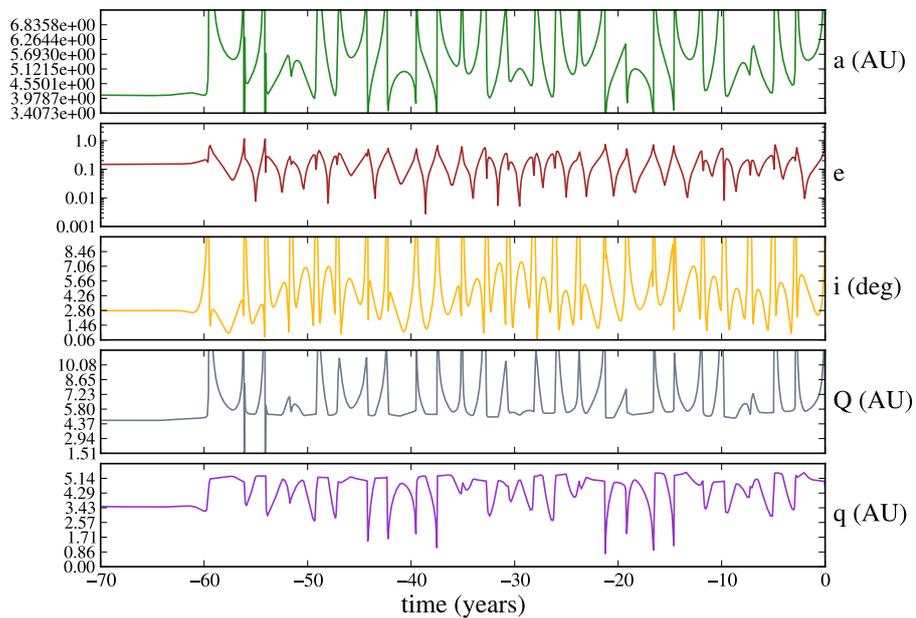
(a)



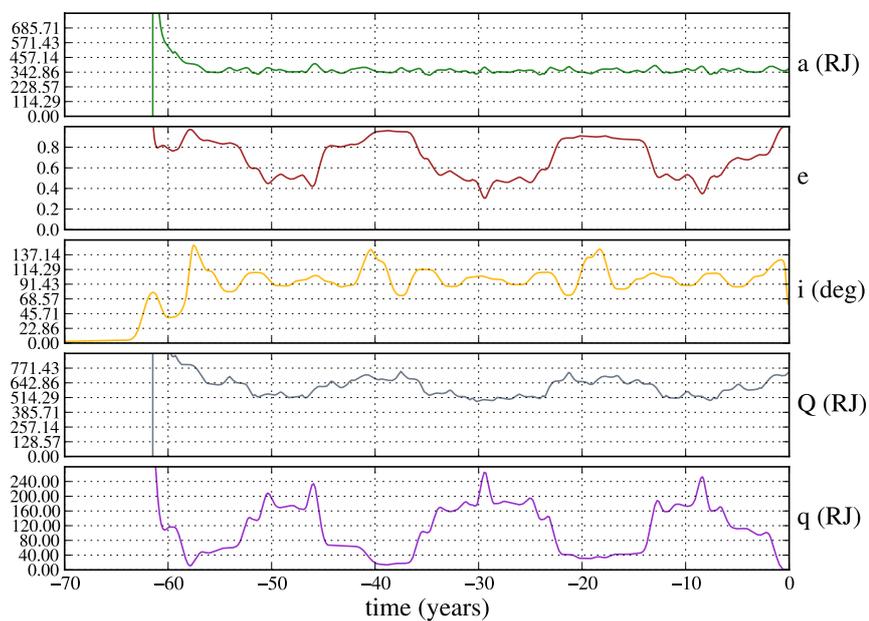
(b)

Figura 59: (a) Histograma de captura que muestra la fecha (año) mas probable en la que el objeto impactador pudo haber sido capturado en una órbita jovicéntrica o impactado directamente a Júpiter. La línea vertical divide al histograma en dos regiones: órbitas jovicéntricas (Time<2009) y órbita directa (Time>2009), y se muestra el porcentaje de cuerpos en cada región. (b) Histograma logarítmico del tiempo de captura.

órbita jovicéntrica probablemente en el año 1929 y orbitó alrededor de Júpiter antes de impactarlo ([4],[2]). Este tipo de órbitas ocurren cuando la velocidad relativa entre el objeto y Júpiter es cercana a cero ya que la mayoría de estos cuerpos son capturados cuando pasan cerca de uno de los puntos colineales de Lagrange([13]). No obstante, se ve que también hay una fuerte probabilidad de que el objeto haya impactado a Júpiter directamente desde una órbita heliocéntrica (time≥2009)



(a) Respecto al sol



(b) Respecto a Júpiter

Figura 60: Evolución temporal de los elementos orbitales de una de la órbitas obtenidas en la simulación, (a) respecto al sol y (b) respecto a Júpiter.

En la [Figura 60](#) se muestra la evolución temporal de los elementos orbitales correspondiente a una de las órbitas obtenidas, respecto al sol (órbita heliocéntrica) y respecto Júpiter (órbita jovicéntrica). Como se puede notar en ambas figuras, el cuerpo es capturado en una órbita jovicéntrica 60 años antes del impacto, indicando que corresponde a una captura de larga duración (*long-lived capture*). De acuerdo a la [Figura 60a](#), la órbita heliocéntrica que tenía el cuerpo antes de ser capturado tenía un semieje mayor menor al semieje mayor de Júpiter ($a \approx 4.0$ UA), al igual que su perihelio ($q \approx 3.43$ UA) y afelio ($Q \approx 4.4$ UA), una excentricidad cercana a 0 ($0.1 < e < 0.2$) e inclinación de 2.86° , indicando que era una órbita casi circular, eclíptica e interna (tipo asteroidal). Después de ser capturado, el cuerpo toma una órbita jovicéntrica cuyo semieje mayor es $a \approx 342.3 R_J$ y se mantiene constante hasta el impacto, sin embargo, no pasa lo mismo con los otros elementos orbitales. Se puede ver que hay oscilaciones de larga amplitud en la excentricidad y en el perihelio ³, con un periodo de aproximadamente 20 años ($\approx 1.7 P_J$), y asimismo se pueden ver ligeras variaciones en la inclinación ($60^\circ < i < 138^\circ$); nótese que cuando la órbita tiene una excentricidad baja hay un pico en el radio del periapsis y la inclinación es cercana a 90° (órbita polar), mientras que cuando la órbita es casi parabólica, el radio del periapsis se hace muy pequeño ($q \approx 8 R_J$) y la órbita toma inclinaciones cercanas a 140° . Estas oscilaciones son consecuencias de las perturbaciones seculares y del acoplamiento que existe entre la excentricidad y la inclinación, como resultado de la cuasi-conservación temporal de la componente z del momentum angular específico[2]:

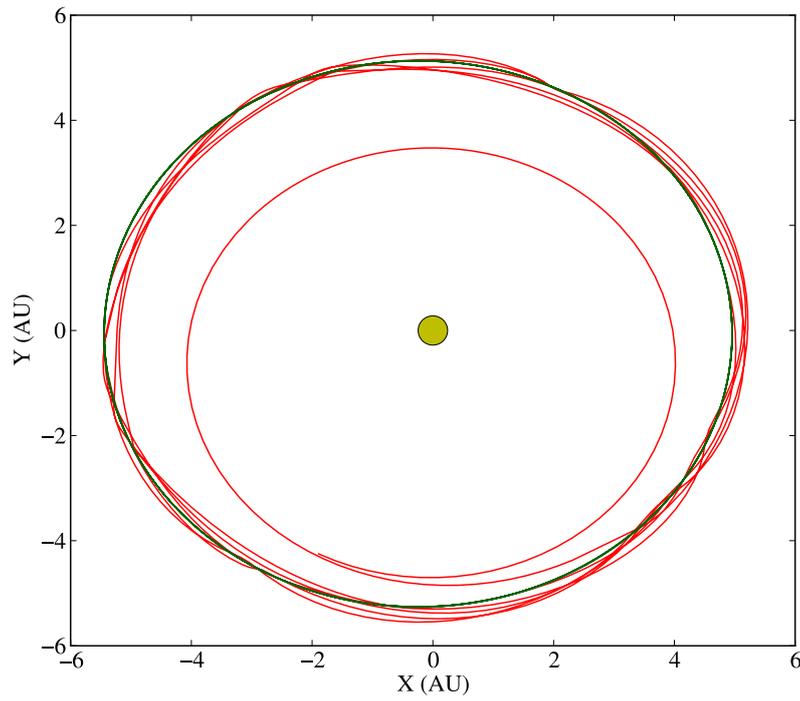
$$h_z = \sqrt{GM_J a(1 - e^2)^{1/2}} \cos i \quad (5.7)$$

donde a es el semieje mayor del cometa; asimismo, las oscilaciones del perijove está relacionada con la excentricidad: $q = a(1 - e)$, como consecuencia de que el semieje mayor permanece aproximadamente constante. Este proceso en el cual hay oscilaciones en la excentricidad y la inclinación (o el radio del periapsis) es conocido como *mecanismo Kozai*. Puede notarse también que esta órbita mantuvo una inclinación cercana a 90° , lo que permitió que sintiera fuertes perturbaciones por el sol, volviéndola inestable y así convertirse en una órbita de impacto en vez de escapar de la influencia de Júpiter, como ha sucedido con algunos casos conocidos (P/Gehrels,P/Wild 2 y P/Helin-Roman-Crockett).

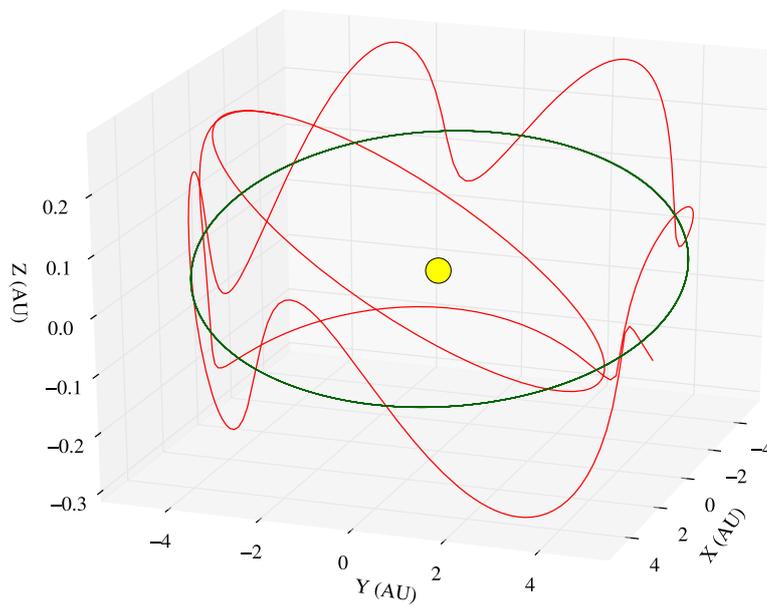
En la [Figura 61](#) se puede visualizar la órbita heliocéntrica que poseía el cuerpo andes de haber sido capturado por Júpiter y en la [Figura 62](#) se puede ver la órbita jovicéntrica que siguió el cuerpo una vez fue capturado por dicho planeta, 60 años antes del impacto. Puede verse en la [Figura 61a](#) que la órbita jovicéntrica presenta tres distintas orientaciones que se relacionan directamente con los tres ciclos mostrados en la [Figura 60b](#)

Por último, en la [Figura 63](#) se muestra un mapa de calor de *ascensión recta* y *declinación* calculada al final de la trayectoria de cada cuerpo obtenido en la simulación de 4 meses. Se puede visualizar que la mayoría de los cuerpos

³ Las oscilaciones en el afelio están relacionadas directamente con las del perihelio: $Q = 2a - q$

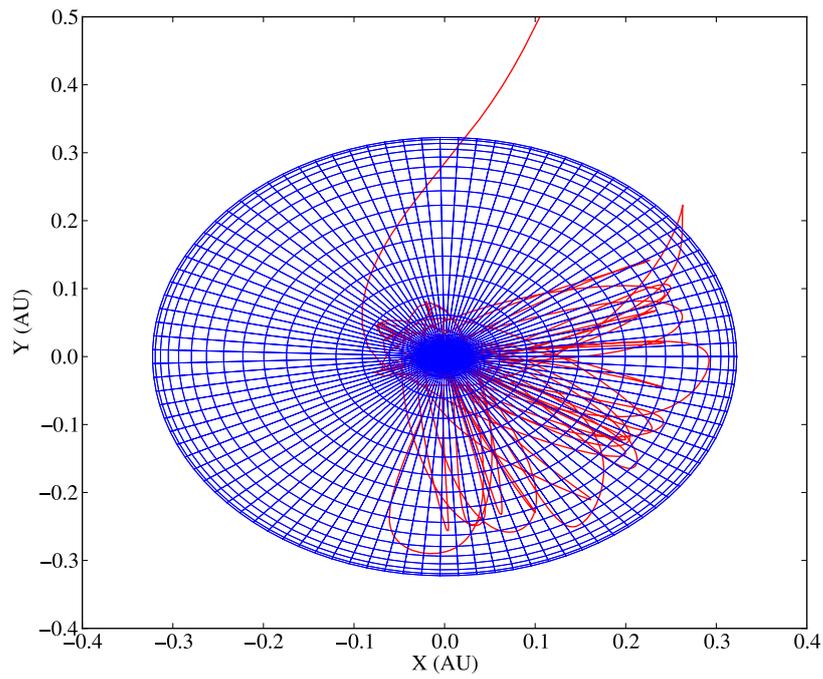


(a)

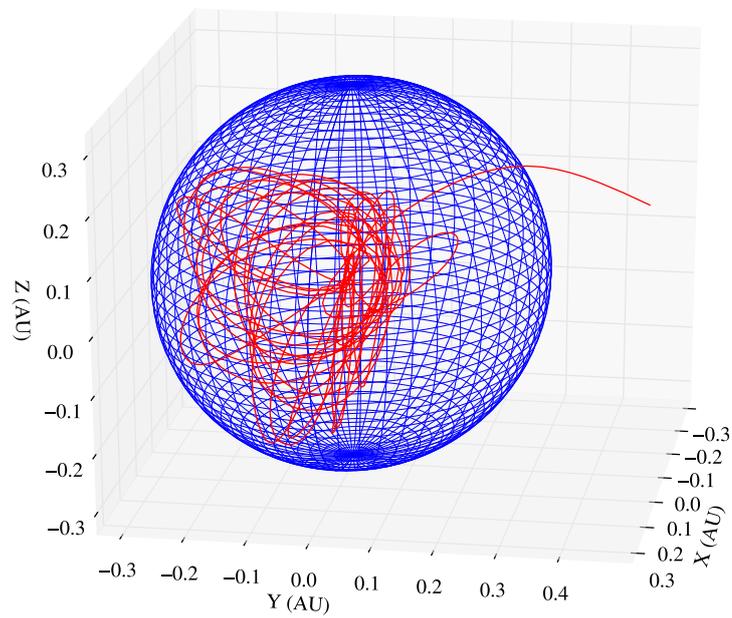


(b)

Figura 61: (a) Proyección en el plano XY y (b) Diagrama 3D, de la órbita heliocéntrica de uno de los cuerpos capturados obtenidos en la simulación de 70 años. La velocidad de impacto de este cuerpo es 59.498 km/s.



(a)



(b)

Figura 62: (a) Proyección en el plano XY y (b) Diagrama 3D, de la órbita jovicéntrica de uno de los cuerpos capturados obtenidos en la simulación de 70 años. La velocidad de impacto de este cuerpo es 59.498 km/s. La esfera en azul representa a la SOI (*Sphere of Influence*)

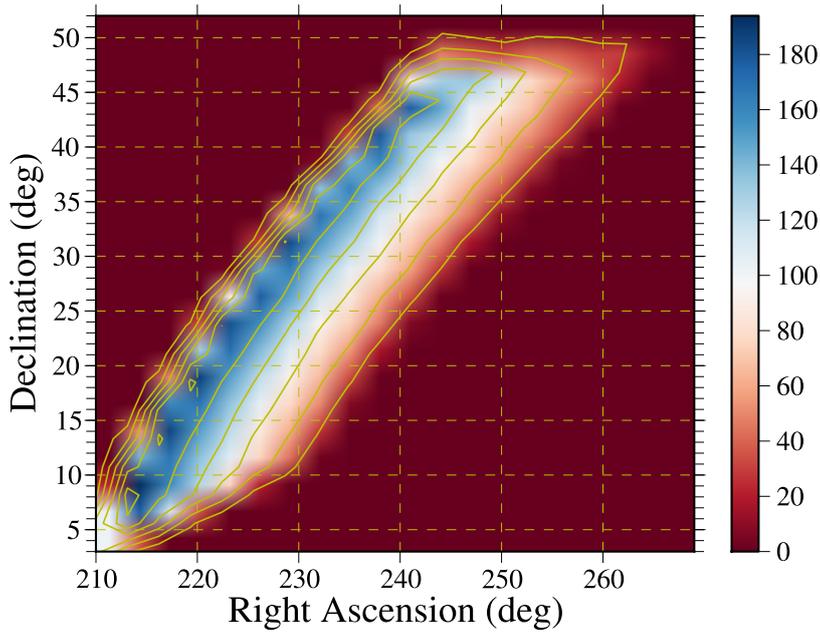


Figura 63: Mapa de calor de la ascensión recta y declinación de cada cuerpo al final de su órbita (4 meses después del impacto).

están localizados al norte como es de esperarse, debido a la dirección en la que ingresó a la atmósfera, a pesar de que el impacto ocurriera al sur del planeta; asimismo se muestra en azul la región mas probable en la que el objeto impactador pudo haber sido observado. Esta distribución indicaría la ventana de ascensión recta y declinación en donde se podría buscar el objeto, si hubiera observaciones hechas en dicha fecha en esta región. No obstante, hay que considerar que el rango en ascensión recta es muy grande lo que disminuye la probabilidad de que el objeto pueda haber sido captado en alguna observación previa al impacto, obviando el hecho de que el objeto tiene un tamaño de aproximadamente 1 km ([17],[16]) lo que haría difícil su detección.

5.3 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de objetos con órbitas elípticas poseen semieje mayor entre 3 y 30 UA (con una minoría > 30 UA, Figura 42) e inclinaciones muy bajas (Figura 48), lo cual indica que podrían pertenecer a la Familia de Cometas de Júpiter. Aunque comparando la distribución del perihelio con la distribución del afelio (Figura 45 y Figura 46 respectivamente) se pueden ver que la mayoría son objetos que cruzan la órbita de Júpiter o que tienen órbitas externas, excepto una minoría de cuerpos que poseen órbitas internas (Figura 55a). También se logró ver que varias de estas órbitas son muy excéntricas (o con afelios grandes, mayores a 50 UA) indicando que serían cuerpos que se logran adentrar al disco de dispersión. Esto indicaría que estos cuerpos deben tener parámetros de Tisserand menores

a 2 porque podrían tener periodo largo, sin embargo, de la distribución de este parámetro se pudo ver que la mayoría de los cuerpos con órbitas elípticas poseen parámetro de Tisserand mayor a 2.5 y menor a 4.0 (hay una minoría con $3 < T < 4$, aunque algunos de ellos son órbitas muy excéntricas), lo cual se puede entender del hecho de que tienen bajas inclinaciones, lo que hace que pertenezcan al disco de dispersión. No obstante, al obtener la distribución del periodo ⁴ de estas órbitas se pudo ver la mayoría poseen periodos menores a 200 años, entrando dentro de la categoría de cometas de periodo corto (SPC).

En comparación con las órbitas elípticas, la mayoría de las soluciones obtenidas dieron cuerpos con órbitas hiperbólicas, lo cual es razonable ya que en el rango de velocidades tomadas, los cuerpos con aproximadamente velocidades superiores a 60.0 km/s dan órbitas hiperbólicas. Recordando que el rango tomado fue desde 59.427688 km hasta 61.0 km/s, se puede notar que hay mas cuerpos con velocidades que den como resultado órbitas hiperbólicas, en comparación con el resto, que da órbitas elípticas. Aunque este tipo de órbitas sean las mas abundantes en las soluciones dadas por la simulación, no se puede inferir de forma directa sobre la naturaleza dinámica del objeto impactor, es decir su procedencia. No obstante, las soluciones obtenidas no son necesariamente las órbitas originales del objeto impactor, sino que son “órbitas de impacto”, es decir, por alguna causa externa que se desconoce, un cuerpo pudo sufrir alguna perturbación (posiblemente causada por otro planeta, o alguna colisión con un cuerpo de su propia naturaleza que lo desvió de su órbita) que lo llevo de su órbita original a la órbita posterior. Esto llevaría a pensar que no se podría obtener información alguna de estos cuerpos. No obstante, al observar su correspondiente distribución de la inclinación se puede ver que la mayoría de ellos también presentan bajas inclinaciones lo cual los ubica dentro de los cuerpos con órbitas eclípticas. Asimismo hay que hacer énfasis en que los elementos osculantes fueron tomados al final de la trayectoria de cada cuerpo y no se hizo un estudio de la evolución temporal de cada órbita.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones se puede inferir de los resultados de este trabajo dinámico, que muy probablemente el objeto que impactó a Júpiter fue un cometa eclíptico (aunque los asteroides presentan órbitas de bajas inclinaciones, se obtuvo que estadísticamente son menos probables sin embargo, so se descarta la posibilidad). Ahora, mirando la distribución del perihelio se puede ver que la mayoría tienen $q > 5.2$ UA lo cual indica que son órbitas externas. Complementado con los resultados del semieje mayor y del afelio, se podría decir que el objeto impacto pudo haber sido un cuerpo de la Familia de Cometas de Júpiter.

⁴ Recordar que hay dos formas de clasificar la naturaleza de los objetos (principalmente cometas): a través de su periodo o por medio del parámetro de Tisserand (ver [Capítulo 2](#))

BIBLIOGRAFIA

- [1] URL <http://jupiter.samba.org/>. (Cited on page 51.)
- [2] Lance A. M. Benner and William B. McKinnon. On the orbital evolution and origin of comet shoemaker-levy 9. *Icarus*, 118:155–168, 1995. (Cited on pages xi, 41, 42, 43, 44, 82, and 84.)
- [3] J. E. Chambers. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *MNRAS*, 304:793–799, 1999. (Cited on page 58.)
- [4] Paul W. Chodas and Donald K. Yeomans. The orbital motion and impact circumstances of comet shoemaker levy 9. *The Collision of Comet Shoemaker Levy 9 and Jupiter*. (Cited on pages x, xi, 39, 40, 41, 42, 44, and 82.)
- [5] J. M. A. Danby. *Fundamental of Celestial Mechanics*. Willmann-Bell, Inc., second edition edition, 1992. (Cited on pages 9 and 13.)
- [6] Imke de Pater and Jack Lissauer. *Planetary Sciences*. Cambridge University Press, 1ra edición edition, 2001. (Cited on pages 19, 23, 24, and 25.)
- [7] Gunter Faure and Teresa M. Mensing. *Introduction to planetary science: The geological perspective*. Springer, 2007. (Cited on pages x, 38, and 39.)
- [8] R. Hueso et al. First earth-based detection of a superbolid on jupiter. *The Astrophysical Journal Letters*, 721, October 2010. (Cited on page 48.)
- [9] IAU. Resolution b5. (Cited on page 18.)
- [10] D. Jewitt, A. Morbidelli, and H. Rauer. *Trans-Neptunian Objects and Comets*. Springer-Verlag, Berlin, 2008. (Cited on pages x and 35.)
- [11] David Jewitt. Icy bodies in the new solar system. *Proceedings IAU Symposium*, (No. 263), 2009. (Cited on pages 31, 34, and 79.)
- [12] David Jewitt. The active asteroids. *The Astronomical Journal*, 143(66), March 2012. (Cited on pages x and 34.)
- [13] David M. Kary and Luke Dones. Capture statistics of short-period comets: Implications for comet d/shoemaker-levy 9. *Icarus*, 121:207–224, 1996. (Cited on pages xi, 45, and 82.)
- [14] Harold Levinson, Martin Duncan, Kevin Zahnle, Matt Holman, and Luke Dones. Planetary impact rates from ecliptic comets. *Icarus*, 143:415–420, 2000. (Cited on page 47.)

- [15] Lucy-Ann McFadden, Paul R Weissman, and Torrence V. Johnson. *Encyclopedia of the Solar System*. Elsevier, 2nd edition edition, 2007. (Cited on pages [ix](#), [x](#), [20](#), [22](#), [28](#), [29](#), [32](#), and [34](#).)
- [16] G. S. Orton et al. The atmospheric influence, size and possible asteroidal nature of the july 2009 jupiter impactor. *Icarus*, 211:587–602, 2011. (Cited on page [87](#).)
- [17] Jarrad W. T. Pond et al. Numerical modeling of the 2009 impact event on jupiter. *The Astrophysical Journal*, 745(113), February 2012. (Cited on page [87](#).)
- [18] John R. Prussing and Bruce A. Conway. *Orbital Mechanics*. Oxford University Press, 1993. (Cited on page [3](#).)
- [19] A. E. Roy. *Orbital Motion*. IOP, fourth edition edition, 2005. (Cited on pages [4](#) and [6](#).)
- [20] A. Sanchez-Lavega et al. The impact of a large object on jupiter in 2009 july. *The Astrophysical Journal Letters*, 715:L55–L59, June 2010. (Cited on pages [xi](#), [xii](#), [46](#), [47](#), [54](#), and [56](#).)
- [21] Hanspeter Schaub and John L. Junkins. *Analytical Mechanics of Space Systems*. AIAA, 1ra edición edition, 2003. (Cited on pages [ix](#) and [13](#).)
- [22] Paul M. Schenk, Clark R. Chapman, Kevin Zahnle, and Jeffrey M. Moore. Ages and interiors: the cratering record of the galilean satellites. page 427, 2004. (Cited on pages [46](#) and [47](#).)
- [23] Ashish Tewari. *Atmospheric and Space Flight Dynamics*. Birkhäuser, 2007. (Cited on page [9](#).)
- [24] Kevin Zahnle, Paul Schenk, Harold Levinson, and Luke Dones. Cratering rates in the outer solar system. *Icarus*, 163:263–289, 2003. (Cited on pages [xi](#) and [46](#).)
- [25] Jorge. I. Zuluaga. Sci2web: a novel model to publish scientific applications in the web. In preparation, 2012. (Cited on page [60](#).)