GRUPO DE INVESTIGACIÓN
EDUMATH
Educación Matemática e Historia. U. de A.

Educación matemática:
diálogos, formación de maestros y prospectivas
EDUMATH 25 años

Zaida Margot Santa-Ramírez
Editora y compiladora

Con el apoyo de:
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Facultad de Educación
Red de Matemáticas Medellín
mova
Centro de Innovación del Maestro
Alcaldía de Medellín

Educación matemática:
diálogos, formación de maestros y prospectivas

Universidad de Antioquia

Rector
Jhon Jairo Arboleda Céspedes
Decana Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Adriana Echavarría Isaza
Decano Facultad de Educación
Wilson Bolívar Buriticá

Comité científico memorias
Dra. en Educación Zaida Margot Santa-Ramírez
Dra. en Educación Luz Stella Mejía Aristizábal
Dra. en Educación Sandra Milena Zapata
Mg. en Educación América María Cardona Arias

Edición y compiladora
Dra. en Educación Zaida Margot Santa-Ramírez

Coordinadora editorial
Comunicadora Organizacional Diana Lucía Gómez Ceballos

Diseño y diagramación
Diseñador gráfico John Fredis Carmona Calderin

Equipo Organizador del II Encuentro EDUMATH

Director general
Dr. en Ciencias Matemáticas Carlos Mario Jaramillo López, director Grupo EDUMATH

Coordinadores académicos del evento
Dra. en Educación Zaida Margot Santa-Ramírez
Dr. en Educación René Alejandro Londoño Cano

Coordinadora operativa y de comunicaciones
Comunicadora organizacional, Diana Lucía Gómez Ceballos

Coordinador técnico
Dr. en Educación Edison Sucerquia Vega

Apoyo técnico
Udea@

Coordinador encuentro grupos de Investigación
Dr. en Educación Leonardo Ceballos Urrego

Apoyo administrativo
Xiomara Rodríguez Linares, FCEN

Apoyo en la difusión y comunicaciones
Comunicadora Camila Palacio Hidalgo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Comunicadora Manuela Castaño Sánchez, Facultad de Educación
Diseñador gráfico John Fredis Carmona Calderin

Edición digital No. 1
Medellín, Antioquia - Colombia, Agosto 17, 18 y 19 de 2022
ISBN 978-628-7652-06-4

Listado de autores

Gloria M. Isidro Villamizar
María Teresa Castellanos Sánchez
Arturo Alexander Castro
Deisy Gómez
Rubiela Sánchez
Ximena Paola Claros Osorio
Yina Marcela Hoyos Doria
Misael Antonio Beltrán Ramos
Pedro Jesús Hernández Rizzo
Miguel Ángel Ayala Osorno
Francisco Javier Bedoya Ruda
Brandon Stiven Parra Ramírez
René Alejandro Londoño Cano
Jáder S. Serna
David Fernando Méndez Vargas
Abdón Antonio Alarcón
Gabriel Jacobo Sánchez Coral
Gina Paola Suárez Ávila
Eduardo Orellana Peralta
Mauricio Penagos
Augusto Silva
Hernando Gutiérrez Hoyos
Karen Tatiana Barreiro
Claudia Salazar Amaya
Elizabeth Torres Puentes
Gabriel Jacobo Sánchez Coral
Jessica Franco Agudelo
Sebastián Cano Rojas
Luis Albeiro Zabala Jaramillo
Edisson Alexander Santos Gamboa
Zaida Margot Santa Ramírez
Kevin Valent{in
Lucía Zapata-Cardona
Iwan Alexis Aguirre Morales
Luis Gabriel Aguas Hernández
Lizeth Dayana Lozada Jiménez
Paola Viviana Tobar Rosales
Nidia Yelitza Burbano Burbano
Jhon Jair Jiménez Gutiérrez
Mauricio Penagos
Briyidt Vanessa Cárdenas Muñoz
Luz Ángela Pérez Hernández

Listado autores de Póster

Tifanni Julieth Sarmiento Afanador
Juan Camilo Díaz Romero
Daniela Marín
Gabriel Machado
René Alejandro Londoño
Juan David González Molina
Elicenia Lopera
Jairo Álvarez Rodríguez
Veiffy Sofía Moreno Bernal
María Fernanda Mejía Barajas
Gresly Yarhit Moreno Jaimes
Diego Alejandro Riveros Prieto
Zully Tatiana Monroy Mariño
Paola Alejandra Balda Álvarez
Diego Alejandro Cruz Echeverri
Edison Sucerquia Vega

Listado de talleristas

Juan David Sánchez Sánchez
Carlos Mario Pulgarín Pulgarín
América María Cardona Arias
Zaida Margot Santa Ramírez
Orlando Monsalve Posada
Leonardo Ceballos Urrego
Vivian Libeth Uzuriaga López
José Torres-Duarte
Edgar Alberto Guacaneme Suárez

Conclusiones generales

Sandra Milena Zapata

Contenido

Introducción

El grupo de investigación Educación Matemática e Historia – EDUMATH- adscrito a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Antioquia, conmemoró sus 25 años de historia mediante la realización del II Encuentro de Educación Matemática, EDUMATH, 25 años, *diálogos, formación de maestros y prospectivas.* Este evento tuvo lugar entre el 17 y 19 de agosto de 2022, y estuvo dirigido a profesores, investigadores, estudiantes de pregrado y posgrado, en el campo de la Educación Matemática. Su objetivo general se centró en *contribuir al fortalecimiento de la Educación Matemática nacional e internacional y avizorar nuevos escenarios de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas frente a las nuevas dinámicas globales en un diálogo abierto de expertos.*

El evento contó con la participación de invitados nacionales e internacionales, que compartieron sus experiencias e investigaciones en diferentes líneas: formación de maestros, conocimiento profesional y desarrollo profesional, prácticas pedagógicas, estudios de aula, currículo, pensamiento computacional y modelación matemática, demostraciones en matemáticas, conjeturas, tecnologías digitales, entre otras. También, se desarrollaron seis talleres temáticos que discutieron aspectos relativos a las matemáticas, como criterios de divisibilidad y trisección de ángulos, aspectos de la investigación cualitativa y sobre la evaluación, y aspectos alusivos a la investigación en Educación Matemática, como la comprensión del concepto de derivada o procesos de razonamiento infinito en la generación de curvas.

Por otra parte, se hizo un encuentro de líderes de grupos de investigación, con la participación de varios doctores cuyos estudios se centran, actualmente, en la Educación Matemática; el propósito de este encuentro fue dialogar sobre los escenarios actuales de esta disciplina científica y sobre las posibles perspectivas que permitan la creación de nuevos panoramas para el aprendizaje de las matemáticas.

Las experiencias de regionalización se centraron, por un lado, en resaltar la importancia de formar personal idóneo y crítico, *in situ*, que atienda las necesidades de las regiones y, por el otro, en mencionar las dificultades que se deben revisar e intervenir para ofrecer una formación de calidad, en términos de falta de conectividad, violencia o centralización de ciertos procesos universitarios. En este diálogo participaron profesores de diferentes regiones del departamento de Antioquia: Oriente, Suroeste, Bajo Cauca y Urabá.

Las comunicaciones breves y los pósteres también presentaron experiencias de aula innovadoras y estudios en curso o terminados, que posibilitaron comprender el panorama actual de la Educación Matemática en el país. Las líneas en las que se inscribieron los diferentes trabajos, fueron: formación de maestros, evaluación, modelación matemática, experiencias de aula e investigaciones en Educación Matemática.

En estas memorias se presentan diversos artículos, revisados y avalados por el Comité Académico y Científico del evento, que sintetizan los avances expuestos por los diferentes ponentes o conferencistas en comunicaciones breves, pósteres, talleres o encuentro de grupos. Al final, se presenta un apartado de conclusiones, que se constituye en un ejercicio de relatoría el cual sintetiza el panorama actual de la Educación Matemática y los posibles escenarios, a futuro, de esta en el país.

Medellín, 30 de agosto de 2022.

Zaida Margot Santa-Ramírez
Facultad de Educación
Universidad de Antioquia
zaida.santa@udea.edu.co

COMUNICACIONES BREVES

La matemática del triángulo rectángulo: midiendo sombras, una experiencia de aula

Gloria M. Isidro Villamizar
Caribbean University Recinto de Bayamón, Puerto Rico
gisidro@caribbean.edu

Resumen

Presentamos las experiencias de aula obtenidas en Caribbean University durante seis años consecutivos, participando con estudiantes matriculados en cursos de Matemática básica y Pre-Cálculo en el Proyecto Internacional *Eratosthenes*. El Proyecto consiste en medir el radio de la Tierra, usando los mismos métodos que Eratóstenes empleó en el siglo III A. C. Por lo tanto, parte de la experiencia de campo consistió en medir la sombra de una varilla en posición vertical a la hora del mediodía solar. Los datos obtenidos al medir se sometieron al Proyecto *Eratosthenes*. Además, se lograron aplicaciones de conceptos geométricos, del teorema de Pitágoras y de funciones trigonométricas.

Palabras clave: circunferencia de la tierra, medir sombras, proyecto Eratóstenes, teorema de Pitágoras, triángulo rectángulo.

Introducción

Motivar a los estudiantes matriculados en cursos básicos de matemática ha sido siempre nuestro interés en la universidad; es por esta razón que desde septiembre del año 2016 en Caribbean University participamos en el Proyecto Internacional *Eratosthenes* los días de equinoccio de primavera, equinoccio de otoño y el día del solsticio de verano. Para participar en dicho proyecto, durante la semana del equinoccio o del solsticio, medimos la sombra de una varilla de 100 cm de longitud a la hora del mediodía solar. Dividimos la medida de la sombra de la varilla entre la longitud de la misma. Buscamos encontrar la medida del ángulo de declinación para compartirla con pares de diferentes países con el propósito de encontrar la medida de la circunferencia de la Tierra tal como lo hizo Eratóstenes (Fernández y Tamaro, 2004).

Luego de medir la sombra de la varilla, les indicamos a los estudiantes observar el ángulo recto formado con la varilla y su sombra; al unir con un hilo el extremo superior de esta y el punto final de la sombra, se forma un triángulo rectángulo. Medimos la distancia del extremo de la varilla y el punto final de su sombra, para obtener la medida de la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo formado. Después de registrar los datos obtenidos, invitamos a los estudiantes a hacer la medida de la sombra 15, 30 y 60 minutos después; finalmente, se comparan las medidas de sombra obtenidas y se escriben conclusiones.

Metodología

La matemática del triángulo rectángulo es un proyecto que los estudiantes deben desarrollar durante la semana del equinoccio de primavera, semana del solsticio de verano o la semana del equinoccio de otoño, dependiendo del semestre académico que estén cursando. Para realizar el proyecto, los estudiantes deben consultar sobre los aportes del matemático griego Eratóstenes y la forma cómo logró obtener la medida de la circunferencia de la Tierra. Luego, deben preparar sus materiales y, lo más importante, salir a la hora del mediodía solar a medir la sombra de la varilla (no es fácil medir esta sombra a otra hora específica del día). Posteriormente, se obtienen todos los datos para completar la información requerida.

Análisis o discusión

Esta experiencia de aula en Puerto Rico se ha realizado en tiempos de tormentas, huracanes, terremotos y de pandemia de COVID 19. Sin embargo, hemos realizado el proyecto venciendo estos obstáculos.

A partir del día de equinoccio de primavera del 2020, los estudiantes han realizado las medidas en sus hogares, involucrando a sus familiares y amigos para completar el proyecto; la galería de fotos que conservamos desde nuestros inicios les ayuda a entender qué materiales utilizar a la hora de medir. Prácticamente, podemos decir que medir sombras, registrar los datos y tomar las fotos para evidenciar el trabajo realizado, es toda una actividad familiar (AECM Caribbean University, 2021).

Cada vez que se mide, se obtienen medidas con menor porcentaje de error. Mantenemos comunicación con participantes del proyecto de diferentes países y hemos podido realizar actividades en colaboración (Perbosc y Zafeiropoulou, 2022).

Conclusiones

El trabajo que realizan los organizadores del Proyecto *Eratosthenes* en Grecia, Francia y Argentina, nos estimula a seguir participando. De hecho, los comentarios sobre las experiencias de los estudiantes, al momento de medir sombras, nos animan a continuar utilizando el proyecto en los cursos de matemáticas.

Los estudiantes se sorprenden cuando obtienen datos de la naturaleza para hacer investigaciones matemáticas; aunque, como ellos mismos lo expresan, requiere de paciencia, exactitud de medida y un buen trabajo en equipo.

Este proyecto permite desarrollar en el estudiante el pensamiento crítico, la buena comunicación, el manejo de la tecnología y la solución de problemas. Además, consideramos que es un gran logro involucrar a la familia y amistades a desarrollar actividades matemáticas.

Referencias

AECM Caribbean University. (2021). *Proyecto Eratosthenes.* Facebook. Recuperado el 21 de junio de 2021 de https://www.facebook.com/watch/?v=213502237162111

Fernández, T. y Tamaro, E. (2004). Eratóstenes. *En Biografías y Vidas. La Enciclopedia biográfica en línea* [Internet]. Barcelona, España. Disponible en https://www.biografiasyvidas.com/biografia/e/eratostenes.htm

Perbosc, A. y Zafeiropoulou, A. (2022). *Eratosthenes.* Facebook. Recuperado el 1 de mayo de 2022 de https://www.facebook.com/photo

Iniciación al álgebra escolar: un camino en la promoción del pensamiento matemático

María Teresa Castellanos Sánchez; Arturo Alexander Castro; Deisy Gómez
Universidad de los Llanos, Colombia
mcastellanos@unillanos.edu.co; acastrog@unillanos.edu.co; deisy.gomez@unillanos.edu.co

Resumen

Se comunica una experiencia de aula que aborda el aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar para la promoción del pensamiento matemático con escolares de Villavicencio. La problemática se centra en el modelo de enseñanza tradicional; se busca dar prioridad a la resolución de problemas, la representación y tratamiento de estructuras algebraicas sencillas a través de la visualización geométrica. Se evidencia el desarrollo de actividades que configuran la trayectoria didáctica con escolares cuando inician el estudio del álgebra escolar. La estrategia involucra el diseño y validación de tareas centradas en el uso de las configuraciones (puntuales, geométricas, icónicas) para la generalización.

Palabras clave: álgebra escolar, estrategia didáctica, pensamiento matemático.

Introducción

Las problemáticas sobre los desempeños superiores en matemáticas precisan el origen en lo que significa enseñar álgebra escolar; los investigadores ubican diferentes posturas al momento de abordar una tarea algebraica (Solis y Romero-Leiton, 2017), las cuales involucran: la interpretación y el razonamiento algebraico, el sentido estructural, la generalización de patrones numéricos y geométricos, la modelación de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, el estudio de situaciones funcionales a partir de la resolución de problemas y las ecuaciones (Drijvers, Goddijn y Kindt, 2011, citados en Castellanos et al., 2017). La problemática referida al aprendizaje algébrico cuestiona diferentes ejes, entre ellos: a) el desarrollo de pensamiento algebraico; b) interpretación de los modos del aprendizaje del álgebra; c) comprender la pertinencia del álgebra, su estructura, el significado de los conceptos algebraicos fundamentales y d) el uso de razonamiento algebraico. De igual manera, la revisión de literatura muestra amplios resultados en relación con el diseño de estrategias para la enseñanza del álgebra escolar (Kieran, Krainer y Shaughnessy, 2013).

En consecuencia, el propósito de la experiencia es promover en escolares habilidades para representar, transformar e interpretar símbolos, estructuras y relaciones algebraicas. Lo anterior, dado que los estudiantes son hábiles en el trabajo con números, algunos efectúan operaciones y las usan de manera eficiente (Mason, Graham y Johnston-Wilder, 2005); sin embargo, cuando se enfrentan a representar cantidades que no tienen un valor, les cuesta dificultad asignar una letra o representar una relación algebraica; en el trabajo con expresiones algebraicas requieren habilidades relacionadas con la abstracción algebraica y la representación simbólica, las cuales no se manifiestan de manera evidente, se conjetura que obedece a la dificultad asociada a la abstracción simbólica.

El profesor debe acudir al diseño de actividades con una visión amplia del álgebra escolar, lo cual permite: interpretar los modos del aprendizaje algebraico, comprender la pertinencia del álgebra, su estructura, el significado de los conceptos algebraicos fundamentales y el uso de razonamiento algebraico. Con lo anterior, surge la pregunta ¿cómo promover el pensamiento matemático, particularmente, el abordaje del álgebra escolar?

Metodología

El contexto del proyecto se ubica en el municipio de Villavicencio (Meta). La población a impactar obedece a escolares de la educación básica y media con una muestra representativa de sujetos de instituciones educativas. Se incluye a los docentes de matemáticas en el desarrollo de las actividades previstas en la propuesta didáctica.

La metodología sigue la Investigación Acción (I.A), la cual se apoya en la experiencia de la práctica docente (Latorre, 2016). El proceso consta de cuatro fases relacionadas, a saber:

a) Planeación. La primera parte involucra la sensibilización y diagnóstico de participantes (visitas a instituciones educativas del municipio y entrevistas con docentes y directivos docentes de dichas instituciones); la segunda parte es dedicada al diseño de la estrategia didáctica (selección de tareas, diseño de material didáctico y secuencia de instrucción).

b) Acción. Conlleva la implementación de la estrategia didáctica (desarrollo de la secuencia didáctica: talleres y tareas).

c) Observación. Involucra sistematización y análisis de información (resultados).

e) Reflexión y socialización. Comprende el rediseño y ajuste del material didáctico, incluye la entrega de resultados a las instituciones participantes.

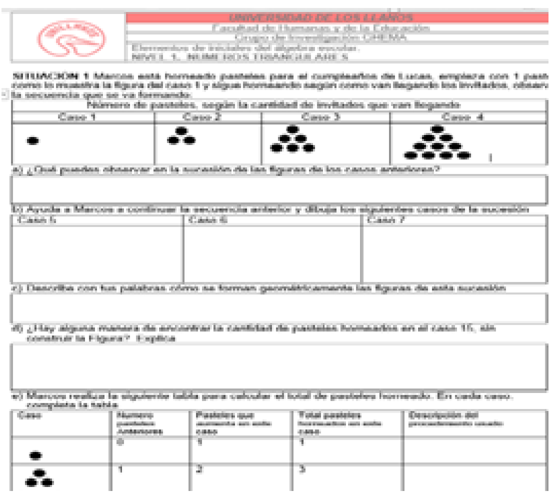
Análisis o discusión

La experiencia aborda el diseño y configuración de la propuesta de intervención a partir de un experimento de enseñanza. La trayectoria involucra nueve talleres distribuidos en tres niveles; estos talleres proponen a los escolares una colección de tareas algebraicas con respuestas. Lo anterior, con el objeto de brindar estrategias que les permitan elevar el nivel de abstracción, generalización y simbolización, componentes indispensables en la resolución de problemas algebraicos.

La implementación se desarrolla en el horario de la clase de matemáticas con grados sexto, séptimo y octavo; cada taller ocupa una sesión de dos horas por cada grado. El primer nivel se dedica a la generalización de configuraciones (puntuales); el segundo nivel aborda la abstracción, análisis y generalización de configuraciones referidas a los números triangulares, cuadrados y poligonales; el nivel tres reta a los estudiantes al análisis, interpretación y representación gráfica de configuraciones que involucran fractales.

El proyecto ha diseñado y validado las actividades de los nueve talleres, encontrando acertado el uso de configuraciones puntuales, figurales y numéricas para conducir a la generalización de expresiones algebraicas sencillas. La estrategia es pensada para contribuir a la promoción del pensamiento algebraico sin la necesidad de usar símbolos alfanuméricos; la figura 1 muestra dos talleres diseñados para el nivel dos que usan como pretexto la configuración puntual dada por los números triangulares y cuadrados. Cada nivel demanda del escolar acciones que progresan desde la abstracción hasta la generalización. En lo que continúa de la experiencia, se espera informar respecto de las estrategias que ponen de manifiesto los estudiantes durante la resolución de dichas tareas y las formas de interpretar las diferentes estructuras algebraicas cuando inician el estudio del álgebra escolar.

Figura 1 *Talleres nivel 2*



Conclusiones

A nuestro juicio, la visualización geométrica es una herramienta que cumple con estas características y contribuye a la abstracción algebraica, favoreciendo la simbolización y representación de las estructuras que definen el álgebra inicial. La experiencia ha encontrado pertinente atender la naturaleza de las tareas algebraicas planteadas para iniciar el álgebra escolar. Por lo anterior, en esta experiencia se ha dado relevancia a su promoción en la práctica docente, la cual debe asumir, de manera simultánea, el desarrollo del pensamiento algebraico y la organización de la instrucción que involucre situaciones con diversas formas de representación (numérica, geométrica y algebraica).

Referencias

Castellanos, M. T., Flores, P. y Moreno, A. (2017). Reflections on Future Mathematics Teachers about Professional Issues Related to the Teaching of School Algebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(57), 408-429.

Kieran, C., Krainer, K. y Shaughnessy, J. M. (2013). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. In: Clements, M., Bishop, A., Keitel, C., Kilpatrick, J., Leung, F. (eds) *Third International Handbook of Mathematics Education. Springer International Handbooks of Education.* Springer.

Latorre, A. (2016) *La Investigación-Acción: Conocer y Cambiar la práctica educativa.* Editorial Graó.

Mason, J., Graham, A. y Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing thinking in algebra.* The Open University.

Solis, J. y Romero-Leiton, J. P. (2017). The polynomial's box and the traditional method: Two didactic alternatives in the teaching of addition and subtraction of polynomials. *Panorama, 11*(20), 1-30.

El ajedrez como herramienta para abordar los pensamientos aleatorio y variacional: una propuesta de tareas

Rubiela Sánchez
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
rsanchezp@upn.edu.co

Resumen

Se presenta una propuesta de tareas para promover la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas utilizando el ajedrez en el aula. Se eligió un grado séptimo para la implementación de la propuesta y, a partir de una indagación de referentes que utilizan el ajedrez en la educación, se crearon cuatro tareas a implementar para desarrollar los pensamientos aleatorio y variacional teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Posteriormente, se analizaron y obtuvieron conclusiones de las tareas propuestas en su primera versión.

Palabras clave: ajedrez, pensamiento aleatorio y pensamiento variacional.

Introducción

Se presenta un conjunto de tareas dirigidas al desarrollo de los pensamientos variacional y aleatorio (MEN, 1998) de las matemáticas escolares en un grupo de estudiantes de secundaria del municipio de Zipaquirá (Colombia). La elección del pensamiento variacional se hizo teniendo en cuenta que los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Municipal Liceo Integrado de Zipaquirá están próximos a iniciar sus estudios en álgebra escolar, y se decidió aportar en este proceso de introducción a partir de las primeras dos tareas. En la primera tarea se hace énfasis en el hallazgo de patrones al momento de realizar un jaque mate y en la escritura del sistema algebraico que se usa en el contexto del ajedrez para ubicar las piezas en el tablero. En la segunda tarea se involucran fenómenos de cambio entre dos variables; el plano cartesiano es el protagonista y el recorrido que realiza el caballo se puede ver gráficamente en el plano; también, cobran especial importancia las tablas de valores que relacionan las casillas del tablero con puntos en el plano. Para esta tarea se utilizaron algunas de las representaciones que reseñan Azcárate y Deulofeu (1996), a saber: descripción verbal, tabla de valores y gráfica. De acuerdo con Roldán (2013), la importancia de las representaciones radica en que la capacidad de reconocerlas e interpretarlas es una de las formas que tiene el ser humano de adquirir un concepto.

Por otra parte, las dos últimas tareas involucran el pensamiento aleatorio; este se seleccionó en concordancia con lo descrito por Cubides y Rosada (2011), por la necesidad y pertinencia social que permite el acceso a una cultura estadística en el contexto escolar y, como menciona Batanero (2019), para analizar la mejor forma y edad de introducir los diferentes significados de la probabilidad o clarificar en qué modo el razonamiento probabilístico podría contribuir a reforzar las competencias matemáticas de los estudiantes. En estas dos tareas se busca desarrollar el concepto de probabilidad a partir de una posición en el tablero de ajedrez, encontrando las diferentes opciones de jugadas que el estudiante puede observar y, posteriormente, realizando los cálculos de las probabilidades que lleven al estudiante a dar respuesta a preguntas del tipo: ¿qué es lo más probable que suceda en la posición de acuerdo con los datos obtenidos? Es razonable, entonces, comenzar la enseñanza del tema de la forma más sencilla posible y, para algunos estudiantes, probablemente, este tipo de conocimiento informal es todo lo que necesitan para introducir un concepto (Batanero, 2019).

Metodología

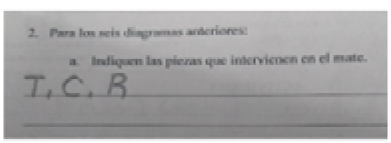
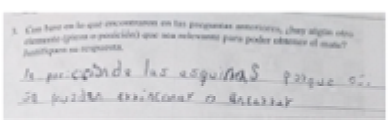
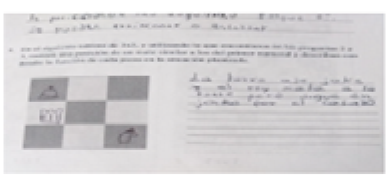
A partir de la revisión previa de autores que han realizado estudios sobre el ajedrez como una herramienta pedagógica y, después de revisados los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016), se diseñaron cuatro tareas para su implementación. En la primera tarea se propone que el estudiante, por medio de su razonamiento, encuentre el jaque mate de seis posiciones y, a continuación, relacione estas posiciones hallando un patrón; para que esto ocurra se plantean varias preguntas dentro de la guía. En la segunda tarea los protagonistas son el plano cartesiano y el recorrido del caballo de ajedrez; ambas tareas se orientan al desarrollo del pensamiento variacional.

La tercera tarea involucra nociones de defensa dentro del juego del ajedrez y plantea dos posiciones en el tablero que llevan a los estudiantes a dar solución a las diferentes jugadas que puedan encontrar; luego, deberán hallar las probabilidades y responder preguntas relacionadas con los cálculos de las probabilidades. La cuarta tarea incluye diagramas de árbol y cálculo de probabilidades. Las dos últimas tareas son dirigidas a desarrollar el pensamiento aleatorio.

Análisis o discusión

Se analizará, brevemente, la primera tarea en este documento. Para esta, los estudiantes tuvieron un primer obstáculo, el de encontrar el jaque mate de las seis posiciones; de las preguntas hechas en la guía pudieron encontrar, a partir de la comparación de las seis soluciones, la posición de las piezas involucradas en el mate y, posteriormente, dibujarla. Para Godino y Font (2000), el razonamiento algebraico "implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar" (p. 8).

Tabla 1 *Algunos hallazgos del estudio*

	El 95% de los estudiantes acertó a esta pregunta y es interesante ver que identifican las letras en la imagen T, C, R como torre, caballo y rey, respectivamente.
	Esta pregunta causó mucha dificultad a los estudiantes y el 90% no logró responderla; quienes lo hicieron no acertaron del todo en la respuesta esperada.
	El 60% de los estudiantes encontraron el patrón según la comparación de las seis posiciones de mate, lo dibujaron y explicaron en el punto cuatro de la guía.

Conclusiones

Los estudiantes aprendieron y utilizaron el sistema algebraico del tablero de ajedrez para describir los movimientos; hallaron patrones a partir de la comparación de soluciones de problemas planteados en el tablero. Asimismo, relacionaron el plano cartesiano con un entorno real como el movimiento del caballo en el tablero de ajedrez; analizaron posiciones de ajedrez que los llevaron a razonar sobre lo más o menos conveniente según cálculos previos de probabilidades; aprendieron a calcular probabilidades simples a partir del juego y usaron diagramas de árbol; también comunicaron sus ideas y razonamiento a partir de las situaciones planteadas trabajando en equipo.

Referencias

Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1996). *Funciones y Gráficas.* Síntesis.

Batanero, C. (2019). *Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos*. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Cubides, K. y Rosada, L. D. (2011). *Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central* [Tesis de pregrado no publicada]. Universidad del Valle.

Godino, J. y Font, V. (2000). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para maestros.* Universidad de Granada.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. MEN.

Rojas, P. J. y Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Revista científica*, 688-694.

Roldán, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica* [Trabajo de grado de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia.

El juego y la búsqueda de información como herramientas para la comprensión de estadística

Ximena Paola Claros Osorio
I. E. D. Presbítero Carlos Garavito Acosta, Cundinamarca, Colombia
ximenk.28@gmail.com

Resumen

El presente escrito da cuenta de una experiencia de aula en una institución de carácter público en el municipio de Gachancipá, Cundinamarca. En esta experiencia se describen los avances de algunos estudiantes de noveno grado en su comprensión de la estadística y probabilidad cuando juegan, interactúan y socializan con sus compañeros. Inicialmente, se describen los dos proyectos implementados en el aula que les permitieron a los estudiantes dotar de significado la estadística y probabilidad en su proceso de aprendizaje; posteriormente, se analizan las producciones de los estudiantes desde una metodología cualitativa-interpretativa y los referentes de la Educación Matemática Realista (EMR).

Palabras clave: compresión, Educación Matemática Realista, estadística, juego, proyectos.

Introducción

La emergencia sanitaria que hemos vivido en los últimos años ha permitido a los docentes cuestionarse sobre el proceso educativo, poniendo en evidencia la necesidad de una educación de calidad que promueva en el aula la creatividad, la toma de decisiones y, a través de la experiencia e interacción con otros, los estudiantes doten de significado los objetos matemáticos que emergen de las tareas que se desarrollan en el aula. En este sentido, la presente experiencia describe el impacto que tienen dos actividades lúdicas en el razonamiento estadístico de los estudiantes cuando trabajan en proyectos estadísticos cercanos a su realidad, pues como lo afirman Batanero y Díaz (2011), es fundamental que los estudiantes adquieran habilidades estadísticas a través de problemas en los que el contexto juega un papel importante.

El objetivo de estos dos proyectos estadísticos consiste en que los estudiantes interpreten gráficos, analicen la información, busquen datos confiables y emitan conclusiones e ideas sobre la situación planteada; es así como Batanero y Díaz (2004) afirman que los proyectos estadísticos aumentan la motivación y el interés de los estudiantes por aprender cuando el contexto es realista y aplicable a la cotidianidad. En relación a esta idea de cotidianidad, Freudenthal (1983) propone que una situación real promueve en los estudiantes la exploración de diferentes fenómenos tanto de su contexto como aquellos que son imaginables y les permite acercarse al objeto matemático estudiado, en este caso, la estadística.

Pensar en estadística genera una reflexión sobre la interpretación de los datos y la capacidad de discutir o comunicar ideas u opiniones basadas en la información recibida a través de los medios de comunicación y las redes sociales; por esta razón, la clase de estadística debe fomentar en los estudiantes el pensamiento crítico que les posibilite comprenderla e interpretarla; para esto, es importante contar con herramientas que permitan analizar de manera coherente su contenido, ya que como lo plantea Freudenthal (1983), se debe propiciar en el aula un proceso de matematización, es decir, pensar la matemática como una actividad humana a la que todos pueden acceder desde las herramientas matemáticas que han construido a lo largo de los años.

A nivel nacional, se ha evidenciado cómo, en los últimos años, han surgido grupos de investigación o semilleros que se cuestionan elementos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje en estadística, como las experiencias de aula. Un ejemplo es la realizada por Zapata-Cardona, González y Ceballos (2015), cuya temática central fue la ciberdependencia; en esta experiencia, la docente planteó a los estudiantes preguntas relacionadas a la dependencia de los móviles, esto permitió que ellos diseñaran instrumentos, recolectaran, organizaran y graficaran la información y, finalmente, llegaran a unas conclusiones e hipótesis en relación al problema, es decir, se planeó y gestionó en el aula un proyecto estadístico.

Cabe resaltar que la estadística, basada en proyectos, cuenta con algunas fases que deben ser consideradas al proponerlos en el aula; estas fases son: plantear un problema, decidir datos a recoger, analizar los datos y emitir conclusiones sobre la situación planteada (Batanero y Díaz, 2004). Con relación a esto, Holmes (1997, citado por Batanero y Díaz, 2004) afirma que los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacer más relevante el proceso de aprendizaje, porque los datos son reales y no impuestos por el profesor.

Metodología

Dado que esta investigación se ubica dentro del campo de las ciencias sociales, porque se enfoca en posibilitar desde la integración de proyectos estadísticos en el aula la comprensión y dotación de significado de esta rama de las matemáticas, se propone la metodología cualitativa de investigación acción, porque, desde la perspectiva de esta indagación, la práctica se mejora desde lo cotidiano y los resultados obtenidos aportan a la transformación de los procesos educativos. Con relación a esta idea, Coghlan y Brannick (2014) afirman que lo interesante en este tipo de investigación es que se inicia un nuevo ciclo partiendo del aprendizaje del proceso anterior; en este caso específico, los estudiantes van planteando las estrategias de recolección y análisis de la información a medida en que avanzan en la indagación.

A partir de estas ideas, se planearon y gestionaron dos proyectos que se implementaron en el primer semestre del presente año con estudiantes que cursan grado noveno, cuyas edades oscilan entre los 14 y 17 años; los objetos matemáticos de estudio se escogieron a partir de las ideas propuestas por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) que plantean que “la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permitan escoger argumentos estadísticos, diferentes interpretaciones y tomar decisiones” (p. 48). En el primer proyecto: *Indaga y analiza,* los estudiantes trabajaron en equipos de tres o cuatro integrantes y escogieron un tema de interés para comenzar a buscar tres o más noticias relacionadas con la problemática; la docente acompañó este proceso al proponer algunas preguntas que guiaban la investigación: ¿cuál es la problemática o situación que desean investigar?, ¿qué elementos o características debe tener una noticia para que sea confiable?, ¿qué información voy a exponer a mis compañeros?, ¿cuál es mi punto de vista en relación a la problemática planteada?

En relación con el segundo proyecto: *Aprende jugando,* los estudiantes trabajaron nuevamente en equipos y el objetivo era inventar un juego usando diferentes materiales de casa; dentro de esta invención podían tomar un juego que ya conocían y modificarlo según la creatividad e imaginación de cada uno o proponer un juego nuevo. Al momento de planear el juego, ellos debían pensar en las normas, la descripción e introducir preguntas abiertas o cerradas relacionadas con las temáticas que estábamos estudiando en clase, como los elementos de la estadística descriptiva y las medidas de tendencia central.

Análisis o discusión

Los proyectos estadísticos propuestos en el aula permitieron que los estudiantes utilizaran su creatividad y herramientas matemáticas para proponer y resolver la situación problemática escogida. Respecto al primer proyecto: *Indaga y analiza,* se evidenció que la mayoría de los estudiantes (80%) indagó sobre situaciones que afectan directamente a la sociedad colombiana, como el aborto, el conflicto armado, la crisis económica por la pandemia, los trastornos de alimentación en los adolescentes, problemas de la salud mental, entre otros; esto demuestra que los estudiantes ven en la estadística una herramienta para poder analizar y tener una postura en relación a un tema que les interesa. Otro elemento importante es que los estudiantes expusieron a sus compañeros, a través de carteleras, diapositivas u otros recursos, la indagación y análisis que realizaron de la situación problemática escogida. En cuanto a la actividad, algunos estudiantes mencionaron lo siguiente:

- **Estudiante 1:** *me gustó mucho la actividad porque aprendí muchas cosas que no sabía, además me gusta trabajar en grupo porque nos ayudamos y es más fácil entender.*
- **Estudiante 2:** *aunque no me gusta exponer, me gustó la actividad fue divertida. Sigo estando de acuerdo con el aborto, somos libres de escoger.*
- **Estudiante 3:** *la actividad me pareció muy interesante por lo que cada uno pues tenía su tema y tenía su forma de explicarlo. Me gusta exponer cuando sé mucho sobre el tema.*

En este primer proyecto se evidenció que los estudiantes dotaron de significado la estadística, pues como lo afirman Batanero y Díaz (2004), desarrollaron las distintas fases de un estudio estadístico y obtuvieron, al final, conclusiones razonables. El segundo proyecto permitió que los estudiantes estimularan su parte creativa y plantearan preguntas abiertas o cerradas sobre los elementos abordados en la clase de estadística, de tal manera que el contexto planteado, como lo afirma Freudenthal (1983), generó la necesidad de ser organizado matemáticamente y permitió que los estudiantes hicieran matemáticas y relacionaran los contenidos con la realidad.

Conclusiones

Teniendo en cuenta que el objetivo de los proyectos es que los estudiantes comprendan la estadística y probabilidad desde experiencias significativas y cercanas a su entorno, se puede afirmar que los proyectos planeados y gestionados en el aula permitieron que los estudiantes desarrollaran el razonamiento estadístico cuando aplicaron los conocimientos y herramientas aprendidas en clase, cuando la situación problema o juego fue relevante en su proceso de aprendizaje o cuando plantearon cuestionamientos e investigaron y analizaron con información real. Finalmente, se puede concluir que es oportuno gestionar en la clase de estadística proyectos que promuevan una matemática en la que todos puedan participar y en la que los estudiantes se sientan motivados por hacerlo.

Referencias

Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). ICE.

Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática.

Coghlan, D. y Brannick, T. (2014). *Doing action research in your own organization*. Sage Publications.

Hans, F. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.* Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas Textos seleccionados*. CINVESTAV, 2001.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Cooperativa Editorial Magisterio.
Zapata-Cardona, L., González, D. y Ceballos, Z. (2015). Colaboracion entre profesores de estadística e investigadores: una experiencia de aula. *Revista Colombiana de Matemática Educativa (RECME)*, 602-607.

Unidad didáctica para fortalecer la comprensión de los números racionales en estudiantes del grado séptimo

Yina Marcela Hoyos Doria; Misael Antonio Beltrán Ramos; Pedro Jesús Hernández Rizzo
I. E. R Buenos Aires, Colombia; Universidad de Antioquia, Colombia
misabeltranr@gmail.com

Resumen

En esta investigación analizamos el impacto de la implementación de una unidad didáctica para la comprensión de los números racionales en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Rural Buenos Aires (I. E. R. Buenos Aires), ubicada en el municipio de Arboletes, Antioquia, Colombia. El estudio es de carácter cualitativo, con un abordaje general desde la investigación-acción participativa. Para tal efecto, se aplicaron instrumentos como la prueba diagnóstica, la unidad didáctica, el diario de campo y la autoevaluación final tipo Likert. La intervención se realizó en cuatro sesiones de clase y estuvo mediada por la observación.

Palabras clave: andamiaje, ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí, número racional, ruralidad, unidad didáctica.

Introducción

Después de revisar los resultados de las pruebas externas de los últimos años, notamos que la mayoría de los estudiantes de 5° y 9° no acertaron las preguntas relacionadas con números racionales. Incluso, esta dificultad perdura hasta el grado 11°. Como salida proponemos implementar una unidad didáctica, con la que esperamos responder la pregunta ¿de qué manera una unidad didáctica, a la luz del andamiaje y basada en el ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994) mejora la comprensión de los números racionales en estudiantes de grado séptimo de la I. E. R. Buenos Aires?

Nuestro sustento teórico es la convergencia del andamiaje (van de Pol et al., 2010) y el ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994). El proceso de andamiaje consta de tres características y hace referencia a la ayuda temporal que el docente suministra a sus estudiantes hasta que estos puedan realizar cierta actividad por su cuenta. Por esta razón, se relaciona íntimamente con el enfoque sociocultural y la zona de desarrollo próxima propuesta por Vygotsky (1979; 1995). Por su parte, el ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994) consta de cuatro fases, que son unas etapas lógicas para la enseñanza de la matemática. Estos referentes teóricos convergen en nuestra unidad didáctica.

Metodología

La investigación sigue un enfoque cualitativo porque flexibiliza el desarrollo de esta y facilita la capacidad interpretativa de la realidad. Se hace un abordaje general desde la investigación-acción participativa con el fin de solucionar el problema concreto del aprendizaje del número racional. La población correspondió a todos los estudiantes del grado séptimo, de la cual se eligió una muestra dirigida de nueve estudiantes; la participación en el proceso fue voluntaria y con el consentimiento de padres de familia e institución educativa. Se diseñó una unidad didáctica compuesta de siete actividades y su contenido se adaptó de acuerdo con las características del andamiaje y las fases del ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994). En este sentido, la actividad 1 se ubicó en la *fase exploración*; las actividades 2 y 3 en la *fase de introducción a nuevos conocimientos*, las actividades 4 y 5 en la *fase de síntesis* y, finalmente, las actividades 6 y 7 en la *fase de aplicación*.

Análisis o discusión

Con el fin de facilitar el análisis de resultados, se diseñó una ficha metacognitiva de evaluación que integra el marco teórico, los desempeños esperados en los estudiantes y el accionar del docente. En la prueba diagnóstica la mayoría de los estudiantes se situaron en los niveles bajo y básico de desempeño porque se les dificultó representar gráficamente las fracciones solicitadas. Vimos que la principal fortaleza estuvo en la capacidad de representar fracciones que indicaban mitades mientras que, las falencias, fueron no dividir la unidad en partes iguales o dividirla, pero no tomar de ella la cantidad solicitada.

Los objetivos de la fase de exploración planteados en la actividad 1 fueron logrados exitosamente, es decir, los nueve estudiantes fueron capaces de interpretar las fracciones como parte-todo de un conjunto. En esta actividad el docente tuvo una actitud *contingente* ya que constantemente ayudó a sus estudiantes; este apoyo facilitó el alcance del desempeño esperado. Los propósitos, en la fase de introducción a nuevos conocimientos condensados en las actividades 2 y 3, fueron logrados parcialmente. En esta fase, la *contingencia* del docente permitió, en general, unos buenos resultados.

Los objetivos de la fase de síntesis tuvieron un alcance parcial debido a que en ambas actividades los estudiantes presentaron dificultades en la conversión, equivalencia y representación de las fracciones en las situaciones propuestas. En esta fase, el docente se *desvaneció* y, por primera vez, aparecen estudiantes con desempeño bajo.

Por razones como el poco dominio de la división y las dificultades en la comprensión de texto, el menor alcance de objetivos se dio en la fase de aplicación, correspondiente a las actividades 6 y 7. Estas actividades trasladaron a los estudiantes a un contexto distinto del que venían trabajando. En esta fase, el docente *transfirió la responsabilidad* a sus estudiantes para que estos se desenvolvieran autónomamente; en consecuencia, el desempeño bajo prevaleció.

Al finalizar la intervención hubo dos estudiantes que avanzaron del nivel de desempeño bajo al nivel alto; otro pasó de nivel básico a alto, cuatro más se mantuvieron estables en el nivel de desempeño básico y un estudiante retrocedió del nivel alto a básico. Destacamos que no haya quedado ningún estudiante con desempeño bajo.

Las respuestas dadas por los estudiantes en la autoevaluación final, tipo Likert, dejan ver que los nueve estudiantes estuvieron de acuerdo con cada una de las afirmaciones que indagaban por el logro exitoso de sus desempeños, sentimientos y gustos. Es decir, los estudiantes disfrutaron de las actividades, sintieron compañerismo, cuidaron del insumo didáctico y les gustaría que la enseñanza de la matemática se trabajara de esta forma. De otro lado, al revisar sus bitácoras concluimos que el insumo didáctico les resultó divertido y llamativo por su diseño colorido. Les gustaron mucho las actividades de recortar, pegar y colorear. Los estudiantes se vieron activos y participativos en las sesiones; sobre todo, se resalta su compromiso. Esto se evidenció en la puntualidad, asistencia y motivación de los nueve participantes en todas las sesiones.

Conclusiones

La investigación pudo identificar, a través de una prueba diagnóstica, que los estudiantes de 7° de la I. E. R. Buenos Aires saben representar gráficamente fracciones referidas a mitades, pero los demás casos se les dificultan. Luego, se diseñó e implementó exitosamente una unidad didáctica siguiendo las tres características del andamiaje y las cuatro fases del ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994). Así mismo, fue innovador el diseño y aplicación de una ficha metacognitiva de evaluación como instrumento de creación propia y de la cual no existe nada parecido en la literatura. Nuestra ficha facilitó llegar a las conclusiones, encontrando que, a nivel académico, el desempeño fue inferior al esperado, puesto que solo cuatro de los nueve estudiantes lograron ser autónomos al final del proceso.

A nivel socioafectivo, hubo un impacto significativo dado que se crearon lazos de amistad que favorecieron la socialización, el aprendizaje colaborativo y un alto grado de motivación. Se mejoró la comprensión de los números racionales en tanto que los estudiantes crearon conciencia del concepto y sus formas de representación, dejaron atrás algunas ideas erróneas sobre este tema y adquirieron mayor destreza para tratar la división y la simplificación. Fue claro que el desempeño de los estudiantes varió en la medida que el docente fue contingente, se desvaneció o transfirió la responsabilidad. En este sentido, el retiro paulatino del apoyo docente influyó en una disminución de los desempeños. El manejo de conceptos previos como la división y las dificultades en comprensión de lectura jugaron en contra de la mayoría de los estudiantes, sobre todo en las actividades que implicaban un desempeño autónomo. Finalmente, nuestro marco teórico se adaptó bien al modelo de escuela rural porque hubo una buena correlación entre el andamiaje y las fases del ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1994).

Referencias

Jorba, J., y Sanmartí, N. (1994). *Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de regulación continua*. Ministerio de Educación y Cultura.

Van de Pol, J., Volman, M. y Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in Teacher–Student Interaction: A Decade of Research. *Educ Psychol Rev, 22,* 271-296. https://link.springer.com/article/10.1007/s10648-010-9127-6#citeas

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (S. Furió, Trad.). Crítica. (Trabajo original publicado en 1930). https://saberespsi.files.wordpress.com/2016/09/vygostki-el-desarrollo-de-los-procesos-psicolc3b3gicos-superiores.pdf

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psiquicas* (M. M. Rotger, Trad.). Ediciones Fausto. (Trabajo original publicado en 1934). https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2015/10/Pensamiento-y-Lenguaje-Vigotsky-Lev.pdf

La visualización en el desarrollo de la intuición para interpretar las variaciones en las medidas de las magnitudes físicas

Miguel Ángel Ayala Osorno; Francisco Javier Bedoya Ruda; Brandon Stiven Parra Ramírez; René Alejandro Londoño Cano.
Universidad de Antioquia, Colombia
fjavier.bedoya@udea.edu.co

Resumen

La investigación se realizó en el colegio Reggio Emilia con los estudiantes de los ciclos cinco y seis. En este trabajo se analizó cómo influye la visualización en el desarrollo de la intuición para interpretar las variaciones en las medidas de las magnitudes físicas. Se toma como referente teórico a Efraín Fischbein, quien aborda la intuición y, al mismo tiempo, hace referencia sobre la importancia de la visualización en su desarrollo. De otro lado, las variaciones en las medidas de las magnitudes físicas es uno de los temas que menos se aborda y esto genera dificultades en su interpretación.

Palabras claves: intuición, magnitudes, medida, variación, visualización.

Introducción

Desde el comienzo de la humanidad, el hombre ha demostrado poseer intuición directa o indirecta, utilizándola en favor de su desarrollo y evolución. Podría decirse que estas ideas funcionan como cimientos para construir un conocimiento más estructurado y definido, otorgando suma importancia a la intuición. Un caso que se puede nombrar es el de Newton y el estudio de la caída de los cuerpos; la humanidad ha sido testigo de este suceso desde su existencia, pero solo fue Newton quien se hizo la pregunta e intentó dar una explicación razonable desde la ciencia, aplicando métodos y modelos científicos. Esto conlleva, entonces, a pensar en la importancia que tiene la intuición para la resolución de problemas o situaciones; para Fischbein (1987), la intuición es una forma de conocimiento, más que un método para llegar al conocimiento.

Se considera la visualización como elemento relevante para la presente investigación, por cuanto hay datos que conllevan a concluir que hay cierta influencia sobre el conocimiento intuitivo que adquiere un aprendiz, posibilitándole la interpretación a partir de lo que se considera "común" en una situación problema que involucra un tipo de fenómeno físico; en este sentido, Fischbein (1987) afirma que: "la visualización es el principal factor que contribuye a la producción del efecto de inmediatez. Su papel es tan importante que muy a menudo el conocimiento intuitivo se identifica con la representación visual" (p. 61).

En el colegio Reggio Emilia se evidenció una dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las variaciones de las magnitudes físicas; para ello, se plantea un análisis sobre cómo la visualización podría influir en el desarrollo de la intuición para interpretar las variaciones en las medidas de las magnitudes físicas, lo cual se hará mediante actividades no convencionales guiadas por las UPAS, instrumentos propios de la metodología de enseñanza del colegio Reggio Emilia, con los que se facilita la comprensión e interpretación por parte de los estudiantes.

Metodología

La elección del enfoque cualitativo para esta investigación se da, precisamente, porque permite abordar el objetivo y el problema que compone dicha investigación desde la exploración, manteniendo la visualización como un medio para fortalecer la intuición. Según Stake (2010), la característica más distintiva de la indagación cualitativa es el énfasis en la interpretación. Destacamos la presencia de un intérprete en el campo para que observe el desarrollo del caso, alguien que recoja con objetividad lo que está ocurriendo y que, a la vez, examine su significado y reoriente la observación para precisar o sustanciar esos significados. Así, el enfoque cualitativo consiste, de manera sucinta, en formular hipótesis sobre la base de conocimientos teóricos y los hechos observables; en realidad, va a permitir llevar estos fenómenos y sus variaciones a un contraste empírico a través de pruebas e instrumentos para emitir un resultado final, sobre el cómo los aprendices pueden fortalecer dichas interpretaciones por medio de la visualización y su influencia en la intuición.

> De un estudio de casos se espera que abarque la complejidad de un caso particular. Una hoja determinada, incluso un sólo palillo, tienen una complejidad única pero difícilmente nos preocuparán lo suficiente para que los convirtamos en objeto de estudio. Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. (Stake, 2010, p. 2)

Dicho lo anterior, como el estudio de casos está dirigido hacia un enfoque cualitativo, es concerniente que la investigación esté orientada en el estudio de casos instrumental y no en el intrínseco. En palabras de Stake (2010), el tipo instrumental permite indagar sobre una problemática de manera más general, lo cual proporciona, con relación a los análisis de información, poder entender una problemática en conjunto que no solo involucra el caso específico que se estudia.

Análisis o discusión

El desarrollo de la investigación se dividió en tres fases. En la fase uno se realizó una prueba diagnóstica en la que los aprendices respondían a preguntas con el fin de seleccionar los participantes. Es decir, por medio de esta se logró identificar la motivación de cada estudiante y el tipo de caso al cual pertenecía. En la fase dos, una vez seleccionados y clasificados los participantes en tres casos, cada grupo trabajó de manera autónoma, contrastando sus experiencias iniciales con las diferentes posturas e información que se otorgaba, a partir de ciertas consultas y la interacción con un tipo de simulador web con el que se llevó a cabo el desarrollo de las situaciones planteadas. Finalmente, en la fase tres se realizó una socialización de los tres casos a partir de una entrevista semiestructurada, con el fin de conocer las diferentes conclusiones, los aprendizajes adquiridos durante el trabajo de campo e identificar cómo la visualización le permitió a cada grupo y aprendiz desarrollar un tipo de intuición. Los casos fueron los siguientes:

Caso 1: en este caso, las unidades de análisis, en su respuesta grupal, mostraron que la visualización semiótica es la que se ve reflejada, conforme a que sus argumentos permiten inferir cómo los estudiantes logran imaginar y recrear acciones o imágenes mentales a partir de las preguntas realizadas; por tanto, las intuiciones que desarrollan son las afirmativas, conjeturales y anticipatorias, debido a que el aprendiz no solo está respondiendo a partir de lo que para él es evidente, sino que, al mismo tiempo, hace relaciones para sacar las conclusiones a la hora de enfrentarse al problema.

Caso 2: en este caso, en las unidades de análisis se logra evidenciar, en sus respuestas grupales, que la visualización orgánica les permite desarrollar un tipo de intuición afirmativa, teniendo en cuenta que responden a las preguntas desde una autoevidencia y una certeza intrínseca que les posibilita utilizar los saberes previos que tenían sobre este concepto. También, se observa un desarrollo en relación con la intuición conjetural, en la cual estos responden a las preguntas desde la evidencia y la certeza intrínseca que les permite relacionar sus experiencias con la resolución del problema.

Caso 3: en dicho caso, se logra evidenciar, a través de sus respuestas, que la visualización semiótica y la orgánica, mediante una fotografía con dos péndulos, los lleva a imaginar dicho movimiento y, de cierta forma, esto permite desarrollar un tipo de intuición conjetural la cual muestra que los estudiantes tienen una idea clara en relación con la respuesta, pero que no es de mayor interés llevar a cabo su solución.

El análisis de la información que se logra extraer del instrumento (UPAS), por medio de las tres fases, busca darle una solución a la problemática planteada en la presente investigación, que se concreta en la pregunta ¿cómo influye la visualización en el desarrollo de la intuición para interpretar las variaciones en las medidas de las magnitudes físicas? Se encuentra que la visualización, aunque se divide en dos, semiótica y orgánica/física, permite desarrollar intuición afirmativa, conjetural, anticipatoria y concluyente.

Conclusiones

La visualización influye de tal modo que le permite al aprendiz hacer inferencias que lo van llevando a desarrollar intuiciones afirmativas, conjeturales, anticipatorias y concluyentes. Ahora, la reproducción de fenómenos es una herramienta fundamental, pues el hecho de interactuar con el fenómeno o imaginarse que va a suceder le posibilita al aprendiz fortalecer la intuición a través de la visualización. Algunos fenómenos analizados con las TIC o con objetos físicos, fortalecieron la identificación de las magnitudes fundamentales para interpretar las variaciones, porque cuando ellos ven que un péndulo se mueve más rápido que otro, porque es más largo o porque es más corto o cuando ellos visualizan dos objetos, uno más grande que otro, y estos colisionan, van a relacionar el volumen del objeto con la masa de este y, a su vez, con el momentum, sin perder de vista la velocidad.

Por tanto, podemos concluir que la visualización influye a tal punto que permite al aprendiz desarrollar una intuición que le propicia la interpretación de las magnitudes y las variaciones que sufren estas; las magnitudes y sus variaciones, por su abstracción, suelen ser complejas para los aprendices, pero, de esta forma, se logra que interpreten las variaciones que sufren.

Referencias

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Board.
Stake, R. (2010). *Investigación con estudio de casos* (Quinta ed.). Morata.

Acciones de (re)existencias: la evaluación en educación Matemática en contextos rurales[1]

Jáder S. Serna
Universidad de Antioquia, Colombia
jader.serna@udea.edu.co

Resumen

Al final del año 2020 se concluye la investigación de maestría titulada *"Experiencias de profesores(as) de Matemática sobre la evaluación en el contexto de la ruralidad: quitar máscaras para mostrar caras auténticas"*, la cual es basada en los estudios desarrollados por el filósofo Michel Foucault, permitiéndonos la elaboración de un trazado cartográfico en la perspectiva de Guilles Deleuze, Félix Guattari y Suely Rolnik. Esta investigación da muestra, a partir de algunas experiencias, de cómo la evaluación presente en el currículo escolar de matemática, opera como un dispositivo bajo técnicas de homogeneización en los procesos escolares de los contextos rurales.

Palabras clave: cartografía, currículo, escuela, profesores(as), ruralidad.

Introducción

Esta investigación tuvo como punto de partida algunas experiencias vividas por nosotros, como profesores e investigadores/cartógrafos, quienes orientamos el área de Matemática en tres Instituciones Educativas Rurales[2] del Suroeste Antioqueño Colombiano y que fueron el contexto de la investigación; dichas experiencias estuvieron orientadas a mostrar cómo la evaluación, presente en el currículo escolar de matemáticas, es vista como un *dispositivo*[3] el cual permite la constitución de sujetos homogeneizados y dóciles (Foucault, 2009) al interior de la escuela; estas experiencias están sustentadas bajo enunciados como "mejorar resultados en las pruebas del estado, desempeño inferior, examen tipo prueba saber, control cuantitativo de los resultados de los estudiantes, normatividad, producto y planificar bien las clases, registrarlas y respetar los tiempos" (Martínez, Serna y Arrubla, 2020, p. 137), permitiendo, así, observar la evaluación como dispositivo presente en el currículo escolar de matemática de la escuela rural.

1. Esta comunicación es resultado de la investigación de maestría realizada por Martínez, Serna y Arrubla (2020).
2. C.E.R. Urbano Ruiz (Amagá), C.E.R. Peñalisa (Salgar) e I.E. Orlando Velásquez Arango (Venecia).
3. En palabras de Agamben (2011), el dispositivo puede ser comprendido como "[...] un conjunto de praxis, de saberes, de medidas y de instituciones cuya meta es gestionar, gobernar, controlar y orientar" (p. 256).

De esta manera, la pregunta que orientó la investigación fue: *¿cómo nuevos modos de (re)existencia son construidos con profesores(as) de tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño, al problematizar la evaluación en cuanto dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática?* En coherencia con ella, el objetivo de la investigación fue: *cartografiar nuevos modos de (re)existencia construidos con profesores(as) de tres Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño, al problematizar la evaluación en cuanto dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática.*

En el desarrollo de la investigación asumimos las posturas de Silva (1999) y Gallo (2004), para (re) pensar el currículo escolar de Matemática desde una perspectiva *post-estructuralista;* de la misma manera, se abordan los estudios realizados por Veiga-Neto (1996), referente a la forma en que los currículos *técnicos y estructuralistas* permiten la disciplinarización de los cuerpos y los saberes. Por otro lado, investigadores como Sánchez-Amaya (2013) y Resende (2015), nos permitieron analizar que la evaluación, al interior del currículo escolar de Matemática, es pensada homogéneamente para organizar la escuela y medir los sujetos que hacen parte de ella y los saberes que la constituyen como un dispositivo. Como ya fue dicho, la presente investigación ha sido desarrollada en *contextos rurales*, los cuales han sido objeto de estudio de investigadores como Quintero (2020) y Arias (2017), quienes cuestionan los currículos educativos homogeneizados promovidos por el estado y por el proyecto de la modernidad.

Metodología

Asumimos como ruta metodológica el trazado de una *cartografía*, en la cual se involucró el objeto de estudio desde las diferentes experiencias de profesores(as) al interior de tres Instituciones Educativas Rurales. Vivimos la *cartografía* como una actitud metódica para investigar, la cual trae la idea de "trazado de mapas" de la geografía, pero va más allá de un calcado; Deleuze y Guattari (1977) conciben este trazado no como un producto cerrado o calcado, sino como un proceso abierto, que conecta diferentes puntos y líneas, relacionando, incluso, aquello que a simple vista no tendría conexión con el trazado.

En el transcurso de la investigación fue importante abordar y comprender concepciones como *pensamiento rizomático*[4], *procesualidades*[5] *y cuerpos vibrátiles*[6], para, de esta manera, entender las realidades de los(as) profesores(as) de Matemática al interior de la escuela rural, puesto que "[...] la investigación se hace en movimiento, en acompañamiento de procesos, que nos tocan, nos transforman y producen mundos" (Pozzana y Katrup, 2015, p. 73). Esto nos permitió relacionar las concepciones, los sentires, experiencias, vivencias y realidades, de los(as) profesores(as) rurales participantes en el proceso de producción de subjetividades, tejiendo esas (re)existencias al problematizar la evaluación como dispositivo presente en el currículo escolar de Matemática, sacando a luz realidades y verdades, a lo que Rolnik (1989) ha catalogado *como quitar máscaras para mostrar caras auténticas*, o como Foucault (1994) ha denominado [efecto] *paresia*[7].

Análisis o discusión

Al culminar el trabajo de campo, se nos permitió reconocer que al rastrear y mostrar las experiencias, sentimientos, pensamientos, deseos y (re)existencias que problematizan la evaluación como *dispositivo* presente al interior del currículo escolar de Matemática, fue una apuesta valiosa para aprender con y junto a los profesores(as) participantes, sobre

4. Permite, según Deleuze y Guattari (1977), vincular diferentes caminos, acciones, pensamientos y experiencias, yendo y viniendo en los territorios y el tiempo.
5. Posibilita la comprensión y análisis de subjetividades, según Pozzana y Kastrup (2015).
6. Cuerpos curiosos, asombrados, misteriosos y fascinados, que hicieron parte del proceso investigativo al exteriorizar realidades, en el sentido de Rolnik (1989).
7. Según Foucault (1994), este es comprendido como la posibilidad que se tiene para decir la verdad, esa franqueza que se debe tener para que se digan las cosas desde la realidad.

las realidades de los contextos rurales, permitiendo mostrar "[...] voces silenciadas, expresiones faciales ocultas, rostros apagados, pensamientos escondidos y condicionados; *quitando máscaras para ver caras auténticas"* (Martínez, Serna y Arrubla, 2020, p. 154). Es importante mencionar que esta investigación fue escrita por tres investigadores/cartógrafos, dejando en ella los sentires y vivires de los(as) profesores(as) de la escuela rural, la cual es presentada a partir de cuatro líneas cartográficas emergentes.

La primera, *¡Quitar máscaras para ver caras auténticas, modos otros de (re)existencias del profesor(a) de Matemática en el contexto Rural!*, en la que se plasmaron aquellas voces de los(as) profesores(as) de los contextos rurales al hablar de *la evaluación, el currículo, la escuela y la educación*. La segunda, *¡La Vida en el aula de Matemática de la escuela rural!*, evoca aquellas situaciones que los(as) profesores(as) de Matemática lograron manifestar a través de sus narrativas, mostrando experiencias, vivencias y anécdotas, las cuales permitieron significar la evaluación y formar concepciones en su práctica pedagógica. La tercera, *¡Otras formas de ver y hacer evaluación en contextos rurales!*, resalta aquellas situaciones en la que los(as) profesores(as) de Matemática y nosotros, como investigadores/cartógrafos, (re)pensamos y reflexionamos acerca de la evaluación como dispositivo, la cual es vista y empleada muchas veces en la escuela rural como medio que permite la homogeneización, estandarización y sujeción de sujetos. Finalmente, la cuarta, *¡La pérdida de la autonomía del profesor(a) Matemática en la escuela rural!*, evoca el sufrimiento de los(as) profesores(as) al tener que revestir su querer hacer en las obligaciones que demandan las circunstancias y exigencias de la escuela.

Conclusiones

Esta investigación nos permitió (de)construir y plantear otras formas de ver la evaluación presente en el currículo escolar de Matemática, al problematizarla para así pensarla y (re)pensarla junto con los profesores(as) que orientan el área de Matemática en contextos rurales. Es así como podemos decir que esta investigación no buscó diseñar y plantar nuevas técnicas evaluativas, ni proponer un tipo de evaluación estandarizada para los contextos rurales; su intención fue mostrar las realidades, experiencias y vivencias de los profesores(as) en estos espacios culturales, cosmogónicos e identitarios.

Se nos permitió hablar, basados en Clareto (2013), de una *educación [matemática] menor rural no disciplinar,* la cual posibilita integrar matemáticas otras al currículo escolar en el cual está presente esa *matemática mayor;* no pretendemos ir en detrimento de una en relación a la otra, sino, por el contrario, generar diálogos de saberes en pro de la búsqueda de otras formas de ser y estar en la escuela rural.

Referencias

Agamben, G. (2011). ¿Qué es un dispositivo? *Sociología.* (R. Fuentes, Trad.), 26(73), 249-269.

Arias, J. (2017). *Problemas y retos de la educación rural colombiana. Educación y Ciudad,* (33), 53-62.

Clareto, S. (2013, del 29 de septiembre al 02 de octubre). Matemática como acontecimento na sala de aula [Conferencia]. *36° Reunião nacional de ANPEd.* Goiãnia-Go.

Deleuze, G. y Guattari, F. (1977). *Mil mesetas: capitalismo y esquizofrenia.* (J. Vázquez, Trad.; 6.ª ed.). PRE-TEXTOS.

Foucault, M. (1994). *Hermenéutica del Sujeto.* (F. Álvarez-Uría, Trad.; 1.ª ed.). Editorial de la Piqueta.

Foucault, M. (2009). *Vigilar y Castigar: El nacimiento de la prisión*. (A. Garzón, 2.ª ed.). Siglo XXI Editores.

Gallo, S. (2004). Repensar a educação: Foucault. *Educação & Realidade,* 29(1), 79-97.

Martínez, D., Serna, J. y Arrubla, J. (2020). *Experiencias de Profesores(as) de Matemática sobre la Evaluación en el contexto de la ruralidad: quitar máscaras para mostrar caras auténticas* [Tesis de Maestría]. Universidad de Antioquia.

Pozzana, L. y Kastrup, V. (2015). Cartografar é acompanhar processos. En E. Passos, V. Kastrup y L. Escóssia (Ed.), *Pistas do método da cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade* (pp. 17-31). Editora Meridional LTDA.

Quintero, N. (2020). *Educación [Matemática] Rural y Decolonialidad: una problematización indisciplinar de prácticas sociales del trapiche* [Tesis de Maestría]. Universidad de Antioquia.

Resende, H. (2015). Sociedade avaliativa: o exame como mecanismo de controle e gestão populacional. En Carvallho, A. y Gallo, S. *Repensar a educação: 40 anos após Vigiar e Punir.* (pp. 285-315). Editora Livraria da Física.

Rolnik, S. (1989). *Cartografia sentimental: transformações contemporâneas do desejo.* Estação Liberdade.

Sánchez-Amaya, T. (2013). La evaluación educativa como dispositivo de constitución de sujetos. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 11*(29), 755-767.

Silva, T. (1999). *Documentos de identidad: una introducción a la teoría del currículo.* Aautêntica Editorial.

Veiga-Neto, A. (1996). *A ordem das disciplinas* [Tesis de Doctorado]. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

La matemática en educación básica primaria a partir del conocimiento de los docentes

David Fernando Méndez Vargas
Universidad de Antioquia
davidmendezvargas@gmail.com

Resumen

Este trabajo se origina a partir de la reflexión, como docente tutor, en el marco del *Programa Todos Aprender,* que se desarrolla en Colombia desde el año 2012. En este estudio se analizan las respuestas de cinco situaciones problemas, inspiradas en el Estudio Internacional sobre Formación y Desarrollo Docente con foco en Matemáticas y modificadas para la reflexión sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido en su dimensión disciplinar y didáctica; se busca identificar fortalezas y debilidades, en el área de matemáticas, de docentes de básica primaria en el municipio de Apartadó. Para el análisis, se utiliza el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor, basado en el *Enfoque Ontosemiótico* (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática.

Palabras clave: básica primaria, formación docente, operaciones, situaciones problemas.

Introducción

El presente escrito se origina a partir de las reflexiones realizadas, como docente tutor, en el marco del *Programa Todos Aprender* (PTA), puesto en marcha por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia desde el año 2012, buscando fortalecer las competencias en las áreas de matemáticas y lenguaje, tanto en docentes como en estudiantes, especialmente, en el nivel de básica primaria. Este programa se desarrolla mediante la capacitación en cascada y el acompañamiento presencial del tutor en las instituciones educativas focalizadas. Para el presente estudio, se toman 102 docentes de básica primaria, en ejercicio, del municipio de Apartadó, a los cuales se les pide solucionar diez situaciones problemas propuestas en el marco del PTA, inspiradas a partir del Estudio Internacional sobre Formación y Desarrollo Docente con foco en Matemáticas (TEDS-M) y modificadas para la reflexión sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido en su dimensión disciplinar y didáctica, que busca identificar fortalezas y debilidades en el área de matemáticas. En este sentido, se eligen cinco situaciones de las diez que contiene el documento, para analizarlas a profundidad.

Metodología

Dado que la naturaleza del presente estudio es reflexionar sobre el conocimiento disciplinar del docente de básica primaria en el área de matemáticas, entonces se enmarca en un enfoque cualitativo, en tanto se encarga de describir, analizar, interpretar, reflexionar y comprender fenómenos sociales (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Además, en el campo educativo, los estudios de este tipo son aquellos que desarrollan objetivos de reflexión y comprensión de diversos fenómenos socioeducativos y transforman la realidad. En particular, se emplea el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor, que se basa en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007).

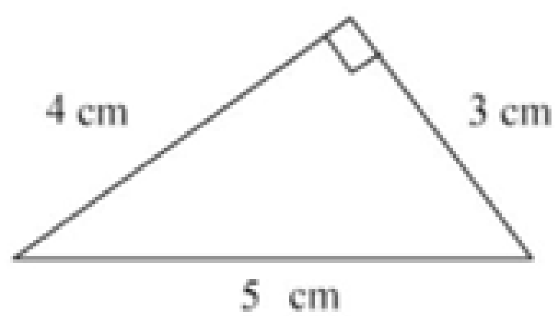
La prueba se aplicó a 102 docentes de básica primaria (1° a 5°) pertenecientes a ocho instituciones públicas del municipio de Apartadó, focalizadas en el PTA, en el mes de noviembre del año 2021. La aplicación de la prueba tuvo lugar en las instituciones educativas del municipio; dentro de los parámetros establecidos por el programa, se concientizó a los docentes que la finalidad de la prueba es recoger insumos que nos permitan la construcción de un plan de formación docente que, efectivamente, impacte de forma positiva la práctica de aula; se mencionó que, de ninguna manera, los resultados de esta tendrían un carácter valorativo o punitivo que afectara su estabilidad laboral; por el contrario, lo que busca el programa es poder acompañar al docente en la búsqueda de mejorar su práctica y, por ende, el conocimiento disciplinar del área de matemáticas, en este caso.

Análisis o discusión

A continuación, se muestra la situación tres de las cinco que fueron examinadas. Para el análisis de estas, las respuestas fueron agrupadas teniendo en cuenta las que comparten una misma postura o resultado.

Situación tres: el docente dibuja en el tablero el siguiente triángulo (figura 1) indicando sus respectivas medidas. Se les pidió a los estudiantes que encontraran el área del triángulo. Pablo dijo que no se podía calcular el área porque no estaba dada la altura de este. ¿Por qué cree que él dijo eso?

Figura 1 *Triángulo propuesto en la Situación tres*

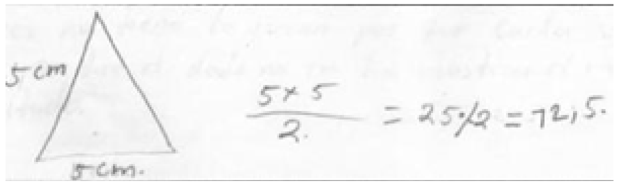


A continuación, se muestran algunas respuestas de los participantes:

Se puede hallar la base despejando la altura del triángulo (15).
Porque tiene dificultad en la fórmula de sacar el área (17).
Desconoce la fórmula para el área del triángulo (12).
Porque no estaba dada la altura del triángulo y también se observa que sus medidas no son iguales (13).
Si se puede hallar la base dependiendo de la altura (23).
Al ser un triángulo rectángulo ya está dada, por eso no hay que encontrarla (11).
El niño tiene la razón, eso no se puede hacer (2).
No responden esta pregunta (9).

Al analizar estas respuestas, se evidencia que los docentes desconocen el concepto de triángulo rectángulo; no identifican el símbolo de un ángulo recto, ni los elementos de un triángulo de este tipo; un 90% reconocen la fórmula para hallar el área de un triángulo, pero presentan dificultad al momento de aplicarla, dado que no logran identificar la altura de un triángulo rectángulo; algunos docentes plantearon la situación como se muestra en la figura 2.

Figura 2 *Solución de la situación tres por parte de un docente*



Se evidencia que no reconocen las clases de triángulos según sus lados y ángulos, pues consideran que los triángulos rectángulos y acutángulos son iguales; además, en la imagen se ve cómo el docente aplica la fórmula para hallar el área de un triángulo, pero con un grave error, puesto que asume que el lado de un triángulo equilátero es la altura del mismo, por lo que se evidencia que no tiene claridad frente a la altura de este.

Por otra parte, dos docentes plantean que el ejercicio no se puede resolver, lo cual es incorrecto, pues el ejercicio da los datos suficientes para hallar el área del triángulo; esto muestra que los docentes desconocen los conceptos básicos de un triángulo rectángulo como lo es su altura. Se puede concluir, analizando las respuestas, que hay una dificultad disciplinar en relación al tema de los triángulos.

Conclusiones

Los resultados obtenidos permiten concluir, en el contexto de nuestros participantes, que los docentes requieren de formación disciplinar en algunos conceptos fundamentales que se deben orientar en la educación básica primaria en el área de matemáticas. Es preocupante la situación, en tanto encontramos docentes que no identifican un triángulo rectángulo y, mucho menos, su altura; tampoco logran comprender que, al lanzar un dado normal, todos los números tiene la misma probabilidad de salir (cara superior), como también presentan dificultades en la división de números decimales. Todas estas situaciones nos permiten identificar la necesidad de implementar un plan de acción que permita a esta población docente fortalecer el conocimiento disciplinar propio de las matemáticas.

Otro hallazgo que se evidencia en el estudio, es que los docentes no dan respuesta a lo que se les pregunta, es decir, proponen ejemplos, resuelven ejercicios, expresan situaciones generales, como, por ejemplo, *tienen dificultad en la fórmula*, en el caso de la situación tres; respuestas como estas son el común denominador, pero en ningún caso argumentan desde conceptos matemáticos. En el caso de la situación dos, donde se averigua por el error conceptual de Carolina en una división, los participantes, en su mayoría, se dedicaron a describir que la división está bien o mal resuelta, pero en ningún caso se explica el error conceptual de Carolina que es por lo que pregunta la situación.

Otra conclusión a la que se puede llegar, es el poco interés que algunos docentes le ponen a esta área; durante la aplicación de la prueba se notaron algunos gestos de poca familiaridad con las situaciones propuestas, pues consideran que son temas muy avanzados para los estudiantes de primaria; manifiestan que si los estudiantes no realizan sumas sencillas, mucho menos van a resolver situaciones como estas.

Referencias

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 22* (2.3), 237- 284.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*, 127-135.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación.* McGRAW-HILL.

Identidad del profesor de matemáticas antes y en tiempos de pandemia

Abdón Antonio Alarcón; Gabriel Jacobo Sánchez Coral; Gina Paola Suárez Ávila
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
gjsanchezc@upn.edu.co

Resumen

El siguiente trabajo recopila el proceso de reflexión y coflexión en torno a la identidad del profesor de matemáticas antes y en tiempos del Covid-19. La investigación se desarrolla de acuerdo con tres momentos temporales: antes de la pandemia (2020), en aislamiento (2020-1 a 2021-1) y en alternancia (2021-2). La metodología es cualitativa, teniendo en cuenta la estrategia naturalista para la recolección de datos; se implementaron estrategias mencionadas en Salazar (2019) sobre las narrativas adaptadas; se categorizaron y entrelazaron los cambios que suscitaron esas prácticas que reconfiguraron y conllevaron a una reflexión sobre la identidad del profesor de matemáticas.

Palabras clave: covid-19, enseñanza en pandemia, formación de profesores, identidad, matemáticas, profesor de matemáticas.

Introducción

En marzo del año 2020, el Covid-19 obligó a que las escuelas cerraran en todos los niveles de educación, para afrontar la nueva realidad; tres profesores de matemáticas de instituciones distintas, dos de carácter público y uno privado, realizaron cambios alrededor de la práctica educativa para afrontar esta situación de emergencia. Un primer cambio se evidenció en los aspectos curriculares y metodológicos; inicialmente, con la revisión de los planes de estudio de matemáticas, los docentes proponen guías y materiales de estudio con enlaces o páginas de internet, de acuerdo con estos contenidos flexibilizados que apuntaron al objetivo general de los grados en concordancia con la malla curricular de la institución. El segundo cambio evidenciado hace referencia a la tecnología implicada en las relaciones de comunicación; algunas herramientas TIC fueron usadas como medios de comunicación que permitieron generar conexiones entre docentes y estudiantes. Un último cambio se encuentra ante las dinámicas de las nuevas clases y las respuestas de los estudiantes, evidenciando nuevas adversidades en el quehacer docente.

Lo anterior, conlleva a realizar la siguiente pregunta problema que orienta el trabajo de investigación: ¿cómo se reconfigura la identidad del profesor de matemáticas antes y en tiempos de pandemia? A partir de ello, se determinaron cuatro categorías a priori que fueron propuestas de manera empírica y las cuales tienen relación con lo propuesto por Álvarez et al. (2020) y Lezama et al. (2020). Por consiguiente, el interés investigativo está centrado en los aspectos de la identidad del profesor de matemáticas que se reconfiguraron durante la condición de pandemia, entendiendo la identidad desde sus tres dimensiones: el hacer, el saber y el ser. En consecuencia, se plantea el siguiente objetivo principal: identificar y analizar qué aspectos de la identidad del profesor de matemáticas se reconfiguraron durante la condición de pandemia.

Metodología

A continuación, se presenta la ruta metodológica que permite identificar los aspectos que orientan la investigación cualitativa, reconociendo que estos elementos ayudarán a la descripción de estas categorías nuevas desde un enfoque fenomenológico, tal como lo plantea Camargo (2021) para describir y construir significados sobre la identidad del profesor de matemáticas antes y durante la condición de pandemia. Se resalta que los resultados parciales indican que estos asuntos permean, resignifican y están alrededor de la identidad y práctica del profesor de matemáticas, los cuales son: tiempo, currículo, materiales de clase, modalidad de clase, metodología docente, quehacer docente, tecnología, espacio, sensaciones docentes y condiciones externas, que serán utilizados para entrelazar unas narraciones que evidencien la reflexión y la coflexión de los profesores de matemáticas en tiempos de pandemia.

La información se recolectó a través del abordaje de uno de los objetivos específicos centrado en *identificar a través de entrevistas - narrativas cambios sobre algunos aspectos de la identidad del profesor de matemáticas en tiempos de pandemia* según las herramientas propuestas en Salazar (2019). Se proponen tres momentos para la recolección de la información: primero, una narración inicial; el segundo, una retroalimentación y, por último, entrevista narrativa. Por lo anterior, los descriptores teóricos que acogemos en esta investigación, en referencia a la identidad del profesor de matemáticas, hacen alusión al modelo teórico y analítico del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, Mathematics Teacher's Specialized Knowledge MTSK (Carrillo et al., 2018). Se consideran las acciones del profesor en el aula cuando desarrolla una cátedra, el tiempo de planeación para sus clases, la preparación para el estudio propia de su saber, las interacciones con la comunidad educativa como, por ejemplo, con los estudiantes, padres de familia, personal administrativo y de aseo, profesores de la misma área, entre otros asuntos, mencionados en Guacaneme y Salazar (2022). También, se tiene en cuenta al ser, en términos del conocimiento emocional, a partir de García et al. (2017), quienes estudian los factores referentes a los sentimientos, emociones, actitudes, creencias, valores y motivación de estudiantes y profesores hacia la matemática escolar.

Análisis o discusión

Los resultados parciales, presentados a continuación, indican que los asuntos que permean, resignifican y están alrededor de la identidad del profesor de matemáticas son: *tiempo, currículo, materiales de clase, modalidad de clase, metodología docente, hacer docente, tecnología, espacio, sensaciones docentes y condiciones externas;* estas subcategorías serán utilizadas para entrelazar, junto a las categorías teóricas del saber, hacer y ser del profesor de matemáticas, y la narración que evidencie los cambios en la identidad. El análisis de esta comunicación tendrá en cuenta las subcategorías *currículo, tiempo, espacio, tecnología y sensaciones docentes.* Esta selección se hace debido a la fuerte conexión con la narración realizada. Así, se han denominado algunos asuntos desde lo poético para favorecer su compresión como lo son: *¡El currículo está quebrado, ¿con qué lo curaremos?!; ¡Tic Toc, Tic Toc el tiempo no me da!; ¡Y esto ya no me vuelve a pasar!*

¡El currículo está quebrado, ¿con qué lo curaremos?! hace alusión a el currículo escolar que es uno de los conceptos más trabajados por los profesores de matemáticas en su carrera de formación para profesor y rectifica su valor cuando este se encuentra en ejercicio. Para ello, él debe tener en cuenta su carga académica asignada y los núcleos temáticos de cada curso del ambiente educativo al que pertenece. Por consiguiente, el profesor de matemáticas debe comprender los conceptos y procedimientos matemáticos, el conocimiento de las conexiones entre contenidos posteriores y anteriores como lo plantean Carrillo et al. (2018). Al respecto, en la narrativa de un profesor se expresa: "en grado sexto enseñé números romanos y mayas"; *"en grado séptimo empezábamos a conocer el mundo de los números enteros"; "y en grado octavo trabajamos los conjuntos numéricos y a conocer las características de los números reales".*

Lo anterior, pone de manifiesto el conocimiento de los temas y el conocimiento curricular planteado en los subdominios que tiene el profesor de matemáticas. De acuerdo con esto, esas acciones generadas en la clase del profesor de matemáticas permiten revisar unas nuevas sensaciones que los docentes nunca habían manifestado, sean positivas o negativas, desencadenadas por la modalidad virtual a la que se enfrentan. Así, los autores de este texto definen que estas sensaciones docentes adquieren un significado que hace referencia a los diferentes sentimientos y emociones (positivas o negativas) que pueden ser desencadenados en alguna de las modalidades de clase de la práctica docente. Estas sensaciones pueden surgir de acuerdo con una reflexión sobre la práctica que el docente realiza por algún acontecimiento en la clase o posterior a la ejecución de la clase.

Conclusiones

Para concluir, la mirada de las dimensiones del profesor de matemáticas por medio de las narrativas y un análisis de corte cualitativo, permiten encontrar consigo mismo al yo refigurado en relación con los pliegues encontrados en el análisis: como el quiebre del currículo, el cambio de las relaciones espaciales-temporales, las nuevas tecnologías implicadas y las sensaciones docentes en relación con la enseñanza en tiempos de pandemia; se muestra la importancia, necesidad y pertinencia del estudio de estas dimensiones por parte del profesor de matemáticas para que pueda afrontar los asuntos que se pusieron en juego en la condición de aislamiento provocada por una pandemia como el Covid-19, que resignifican su propia identidad.

Referencias

Álvarez et al. (2020). *Prácticas Formativas Durante la Pandemia: Valorar la experiencia volver a la Escuela.* Secretaría de Educación Distrital y Universidad Pedagógica Nacional.

Camargo, L. (2021). *Estrategias Cualitativas de investigación en Educación Matemática.* Universidad de Antioquia.

Carrillo, J. et al. (2018). El modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK). *Investigación en educación matemática, 20* (3), 236-253. DOI: 10.1080 / 14794802.2018.1479981

García, M. et al. (2017). *Conocimiento emocional del profesor de matemáticas.* Congreso Nacional de Investigación Educativa – Comie.

Guacaneme, E. y Salazar, C. (2022). *Cátedra Doctoral en Educación y Pedagogía* 2022-1. Educación en ciencias y matemáticas: contextos, desafíos y oportunidades. https://www.youtube.com/watch?v=L5MFOd5417Y

Lezama, F. et al. (2020). Voces Latinoamericanas en la transición hacia la enseñanza a distancia por COVID-19. *Revista investigación e innovación en matemática educativa, 5,* 1-28.

Salazar, C. (2019). Una perspectiva de investigación narrativa en matemática. *Revista investigación e innovación en educación matemática, 4* (1), 79-100.

Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas al enseñar límites de funciones reales

Eduardo Orellana Peralta
Universidad de Extremadura, España
eorellanm@alumnos.unex.es

Resumen

Se presenta un avance del trabajo a desarrollar en la línea de investigación conocimiento especializado del profesor de matemáticas al enseñar límites. El estudio se desarrolla en las fases de revisión bibliográfica, recopilación de información de la práctica docente y el análisis del conocimiento especializado del profesor de matemáticas según el modelo MTSK (Mathematics Teacher's Specialised Knowledge), cuya finalidad es comprender los elementos que lo componen, analizando las prácticas docentes de un profesor de matemáticas al enseñar límites (Carrillo et al., 2013). Las cuestiones planteadas para abordar una discusión sobre esta investigación en el modelo MTSK del contenido límite se referirán en una posterior etapa.

Palabras clave: conocimiento especializado, límites, modelo MTSK.

Introducción

Cuando nos enfrentamos a la enseñanza de las matemáticas, la mayoría del contenido presente en el currículo conlleva a una variedad de dudas cuando se explica; esto, naturalmente, genera faltas o también errores en su aprendizaje (Moreira y Lemos, 2011). Se argumenta que el elemento sobresaliente para determinar la enseñanza de la matemática es el propio profesor y, solo fortaleciendo sus conocimientos, se podrá llegar a un proceso de aprendizaje y enseñanza de calidad (Mochón y Morales, 2010).

Los estudios acerca de las concepciones de los profesores de matemáticas han tomado cada vez más fuerza y han permitido profundizar y ampliar diferentes aspectos presentes en su conocimiento, llegando a desarrollar diferentes marcos teóricos para entender el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, entre ellos el MTSK. Respecto de lo anterior, Blanco y Contreras (2001) nos presentan una revisión interesante sobre algunos trabajos que muestran notorias deficiencias relacionadas con el conocimiento matemático que presentan los sujetos observados en su investigación, tales como estudiantes para maestros y maestros en ejercicio. El modelo MTSK, entonces, es un referente fundamental que nos ofrece aportes teóricos y metodológicos al conjunto de investigaciones sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, dentro de ellos se encuentra el dominio de conocimiento matemático que permite obtener evidencias de la mayoría de los subdominios de conocimiento especializado como lo es, por ejemplo, el análisis del contenido en los límites de funciones reales.

Así, desde el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, autores como Carrillo et al. (2013) nos orientan a mirar, desde una perspectiva centrada en la actividad específica del profesor, a cambio de mirar en el contenido matemático mismo con el que el profesor trabaja, pues esta actividad causará enunciados sustentados en el tipo de facultades que los conocimientos proporcionan al docente y no del propio conocimiento.

El conjunto de actividades metodológicas con base al modelo MTSK que se realizan en esta investigación pero que no se anotarán ahora por ser demasiadas y necesarias para alcanzar el objetivo de ella, tienen que ver con el siguiente objetivo general de la investigación: *describir el conocimiento especializado del contenido que emplea un profesor de matemáticas de enseñanza media del sistema escolar chileno para la enseñanza de límites de funciones a partir del modelo MTSK.*

Metodología

Esta metodología de investigación se enmarca dentro del paradigma interpretativo, pues se debe a que con ella se busca comprender la realidad del contenido especializado del profesor de matemáticas al observar y analizar su práctica docente dinámica y diversa dirigida al significado de su acción humana, su práctica social, su comprensión y significación, según Cohen y Manihon (2002). Este tipo de investigación implica una relación de participación democrática y comunicativa entre el investigador y el profesor investigado, es decir, se utilizará como diseño de investigación el estudio de caso, entendido en el sentido de Bassey (1999).

La investigación consta de diferentes momentos y del uso de diferentes instrumentos de investigación para la recogida de datos. Por una parte, se ha de realizar un estado del arte sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y de la enseñanza de los límites de funciones reales. Para ello, será necesario realizar un análisis de:

- La literatura sobre investigación existente, referida al conocimiento matemático especializado del profesor en análisis matemático sobre los límites a nivel escolar.
- La literatura sobre enseñanza/aprendizaje de los límites en el nivel escolar.
- El currículo de enseñanza media en Chile.
- Los textos escolares que actualmente se emplean en la educación escolar de Chile.

Discusión

Será preciso hacer el análisis de la acción docente al enseñar límites de funciones reales en la educación media chilena. Para ello, será necesario recoger dicha información siguiendo diferentes estrategias:

- Video-grabación con audio de las sesiones de clase en las que el profesor enseña límites de funciones reales a alumnos del liceo donde ejerce docencia.
- Documentos de las planificaciones hechas por parte del profesor sobre la clase a impartir acerca de los límites de funciones reales.
- Los instrumentos de evaluación que emplea el profesor para evaluar dicho contenido.
- Entrevistas en profundidad al profesor para comprender lo que se ha realizado en las sesiones de clase.

Esta información se recogerá y se analizará empleando como método *el análisis de contenido*; se busca comprender las diferentes acciones del profesor en lo que respecta a su conocimiento especializado bajo el modelo del MTSK.

Conclusiones previas

Es de aclarar que esta investigación, en ningún momento, pretende evaluar o indicar si el profesor desarrolla de manera adecuada o no un conocimiento. Por ejemplo, en las clases, se pretende observar el tipo de recursos que se utilizan durante la clase grabada y la manera de utilizar esos recursos, el tipo de preguntas que se plantea a los alumnos desde el contenido especializado del contenido límites de funciones reales, observar las planificaciones del profesor para tratar este contenido especializado, ver si existe continuidad y coherencia entre las actividades presentes en la planificación en el nivel que se imparte la clase con el contenido, el tipo de bibliografía utilizada por el docente, sus apuntes personales, el tipo de competencias del profesor presentes en las clases, entre otras.

Referencias

Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open University press.

Blanco, L., y Contreras, L. (2001). ¿Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan? *XXI Revista de Educación*, *3*, 211-221.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser, y M. Mariotti (Eds.). *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). CERME.

Cohen, L. y Manihon, L. (2002). *Métodos de investigación educativa.* La Muralla S.A.

Moreira, M. y Lemos, E. (2011). A avaliação da aprendizagem significativa em biologia: um exemplo com a disciplina embriología. *Aprendizagem Significativa em Revista/ Meaningful Learning Review, 1*(2), pp. 15-26.

Mochón, S. y Morales, M. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática, 22*(1), 87-113.

Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de las Matemáticas: el caso de las progresiones aritméticas

Mauricio Penagos; Augusto Silva; Hernando Gutiérrez Hoyos; Karen Tatiana Barreiro
Universidad Surcolombiana, Colombia
mauriciopenagos@usco.edu.co

Resumen

Para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las progresiones aritméticas y otros temas, los docentes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana organizaron unas notas de clase (Silva et al., 2021). En tal sentido, se aplica un diseño instruccional basado en Resolución, Análisis, Reflexión, Planteamiento y Ejecución (RARPE), para indagar el desarrollo de los Conocimientos Tecnológicos

y Pedagógicos de las Matemáticas (CTPM) en los futuros docentes. La investigación se realizó con 15 futuros profesores del curso Cálculo Diferencial. Los participantes conocen a los docentes investigadores, confían en su praxis, se comprometen en el desarrollo de las actividades y se motivan extrínsecamente por la validación de sus productos.

Palabras clave: Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de las Matemáticas, enseñanza y aprendizaje, progresiones aritméticas, resolución de problemas.

Introducción

Para favorecer la formación de los futuros profesores de la Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Surcolombiana, los docentes organizaron un material académico con teoría, ejercicios, problemas resueltos y actividades, sobre Álgebra, Progresiones, Razones, Proporcionalidad y Semejanza y Teoría de Números. Este material (Silva et al., 2021) enfatiza el tratamiento teórico de los temas, dejando de lado aspectos pedagógicos y tecnológicos que, de acuerdo con Koehler et al. (2014), son también importantes para la formación de los futuros licenciados. Por lo anterior, se realizó una investigación direccionada al planteamiento de un diseño instruccional para adicionar al material teórico y fortalecer en los futuros docentes el conocimiento tecnológico y el pedagógico y cada una de sus imbricaciones. Como la fundamentación de las adiciones a las notas de clase debe ser sólida, el diseño que se propone para la instrucción de los docentes en formación se basa en evidencia que muestre sus implicaciones (Díaz-Barriga, 2011).

En la fundamentación teórica se consideran dos subsecciones: el modelo ADDIE para el planteamiento del diseño instruccional y el modelo del Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de las Matemáticas (CTPM) para el entendimiento del conocimiento del docente en el área específica (Widyastuti, 2019).

Modelo ADDIE. Es ampliamente utilizado para la creación de recursos instruccionales (Ghani y Daud, 2018; Purwanto et al., 2021; Ball et al., 2008); este integra cinco fases: Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación, que permiten mantener relaciones específicas y coherentes entre las necesidades de los estudiantes, los propósitos, metas, estrategias y evaluaciones a lo largo de todo el proceso.

Conocimiento Tecnológico y Pedagógico de las Matemáticas. Este marco permite identificar el nivel de dominio de los docentes en formación en relación con la pedagogía, la tecnología y las matemáticas (Widyastuti, 2019). Está construido con base en la especificidad del marco del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Arcos et al., 2018) y en la integralidad del Marco del Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido (Koehler et al., 2014). En la investigación fueron consideradas diez categorías para describir los tres dominios del conocimiento tecnológico, pedagógico y matemático, junto con sus imbricaciones: *conocimiento de Hardware; de Software; Común de la Matemática; del Horizonte de la Matemática; de los Estudiantes; del Currículum; sobre la Enseñanza con Tecnología; sobre las Tecnologías en Matemáticas; sobre la Enseñanza de la Matemática y Tecnológico y Pedagógico de la Matemática.*

Metodología

El modelo instruccional RARPE se basa en los planteamientos de Koehler et al. (2014, citados por Ghani y Daud, 2018) quienes proponen que, para el desarrollo de los conocimientos tecnológicos y pedagógicos de cualquier contenido, es necesario que el docente en formación se involucre en el desarrollo de proyectos que requieran la tecnología para su solución. La rúbrica para las matemáticas del CTPM descrita en Widyastuti (2019), se adaptó para evaluar los conocimientos tecnológicos y pedagógicos de los futuros docentes en el tema de progresiones aritméticas y evaluar el desempeño con lo evidenciado en sus productos.

Discusión

Para validar la eficacia del diseño RARPE y adicionarlo al material teórico (Silva et al., 2021), se evaluó el CTPM alcanzado por los futuros docentes en el tema de progresiones aritméticas. Los resultados obtenidos se presentan en función de los tres dominios que componen el CTPM y se relacionan con las fases del diseño instruccional.

Conclusiones

El diseño instruccional RARPE favorece el desarrollo del conocimiento tecnológico, pedagógico y matemático en los futuros docentes. Sin embargo, para alcanzar un nivel aceptable o sobresaliente, es necesario realizar ajustes en su implementación. Se encontraron falencias en el desarrollo pedagógico y también desconocimiento en el manejo de software matemático especializado; el plan de estudios de la licenciatura carece de estos cursos.

Con el diseño RARPE se indagó si los futuros docentes eran capaces de analizar y reflexionar sobre estrategias de enseñanza de las progresiones aritméticas; no obstante, algunos de sus productos no muestran que esto se hubiera logrado. Algunos investigadores destacan la importancia del tiempo de reflexión para el desarrollo del conocimiento pedagógico (Arcos et al., 2018; Cenich et al., 2020), como también la evaluación en comunidades de sus planteamientos (Baya et al., 2019). Ambos elementos señalan la necesidad de extender el lapso entre algunas fases del diseño instruccional, con lo cual, una nueva iteración del diseño debe considerar esta ampliación.

Aunque aún es prematuro adicionar al documento teórico (Silva et al., 2021) el diseño instruccional planteado en esta investigación, estos esfuerzos dan cuenta del compromiso por la fundamentación del material utilizado en la clase. Para mejorar el diseño instruccional, queda pendiente analizar la implementación de las actividades fundamentales de la propuesta (resolución de problemas), valorar alternativas factibles como la modelación matemática o los problemas abiertos, y optimizar el uso de herramientas tecnológicas para otras etapas del proceso (sistematización de resultados o planteamiento de la clase).

Referencias

Arcos, J. H., Borromeo, R. y Mena, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, 36*(1), 99-115.

Ball, D., Hoover, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-408.

Baya, N., Daher, W. y Anabousy, A. (2019). The Development of In-Service Mathematics Teachers' Integration of ICT in a Community of Practice: Teaching-in-Context Theory. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, *14*(1), 125-139

Cenich, G., Araujo, S. y Santos, G. (2020). Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido en la enseñanza de matemática en el ciclo superior de la escuela secundaria. *Perfiles educativos*, *42*(167), 53-67.

Díaz-Barriga, Á. (2011). Competencias en educación: corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículo y el trabajo en el aula. *Revista iberoamericana de educación superior, 2*(5), 3-24.

Ghani, M., y Daud, W. (2018). Adaptation of ADDIE instructional model in developing educational website for language learning. *Global Journal Al-Thaqafah, 8*(2), 7-16.

Koehler, M., Mishra, P., Kereluik, K., Shin, T. y Graham, C. (2014). The technological pedagogical content knowledge framework. *Handbook of research on educational communications and technology* (pp. 101-111). Springer.

Purwanto, E., Rochmiyati, R. y Nurhanurawati, N. (2021). Ethno mathematics-based teaching materials for elementary school students. *International Journal of Educational Studies in Social Sciences* (IJESSS). *1*(3), 136-139.

Silva, A., Gutiérrez, H. y Penagos, M. (2021). *Resolución de Problemas.* Universidad Surcolombiana. https://pdfhost.io/v/spulVN8RW_LIBRO_UNIVERSITARIO1

Widyastuti, E. (2019). Using the ADDIE model to develop learning material for actuarial mathematics. *Journal of Physics: Conference Series. 1188*(1), 12-52.

Aproximación narrativa a la (re)configuración del profesor de matemáticas como sujeto político

Claudia Salazar Amaya; Elizabeth Torres Puentes; Gabriel Jacobo Sánchez Coral
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
gjsanchezc@upn.edu.co

Resumen

Esta comunicación presenta hallazgos de la investigación *Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación* de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). Específicamente, expone rupturas acontecidas en el proceso de formación de los profesores de matemáticas que permiten formas alternas en su constitución como sujetos políticos. Un método de investigación narrativo, de corte biográfico, permitió a los investigadores interactuar con las voces de los participantes y sus contextos de actuación. Como resultado, se aprecia que las experiencias de formación posibilitan a los profesores comprender su indeterminación, su resistencia frente a roles preestablecidos y la necesidad de interpretarse-comprenderse, que deviene en posibilidad de reconfiguración como sujeto político.

Palabras clave: formación, investigación narrativa, profesor de matemáticas, sujeto político.

Introducción

Goodson (1981, citado en González, 2016) plantea que "para entender algo que es tan intensamente personal como la enseñanza, es crucial conocer qué clase de persona es el maestro" (p. 69). Si aceptamos la afirmación anterior, es de interés que los programas de formación de profesores comprendan las subjetividades que se configuran a partir de las trayectorias de formación y los contextos de actuación que caracterizan los procesos formativos. El problema de la investigación, aquí presentado, es la falta de comprensión acerca de las subjetividades que configuran los profesores de matemáticas en formación (PMF) y las maneras en las que se constituyen como sujetos políticos en el marco de las experiencias acontecidas en los procesos de formación. Esta comprensión resulta relevante en tanto puede contribuir en el replanteamiento de algunos principios que han orientado los currículos de formación de profesores. Por lo anterior, es importante indagar en las narrativas de estudiantes para profesor de matemáticas, con el fin de reflexionar sobre la experiencia vivida, en el marco de las trayectorias de formación, de la que devienen variados aspectos, no solo disciplinares, que dan cuenta de sus reconfiguraciones.

Específicamente, para pensar la configuración como sujeto político de los PMF, asumimos las ideas planteadas por Martínez (2006). Para esta autora, pensar formas de constitución alternas de sujetos políticos implica considerar tres rupturas. En la primera ruptura el sujeto asume las tensiones y disputas entre lo determinado y lo indeterminado que lo configura; es decir, el sujeto identifica las dificultades que subyacen en su experiencia debido a sus determinaciones y las acciones que puede emprender como puntos de fuga que encuentra en sus indeterminaciones. Es una deconstrucción que implica conciencia de los referentes que lo determinan y de las posibilidades de autonomía y protagonismo. La segunda ruptura implica desprenderse de ese modo de concebirse como sujeto de condiciones definidas (una profesión, una identidad, una ideología) construidas en un deber ser, para pensarse con otra idea de sujeto. La tercera ruptura, es comprenderse como sujeto de necesidades y posibilidades, esto es, conocerse, construirse, interpretarse y proyectarse. Para Martínez (2006), de estas rupturas depende esa reconfiguración del sujeto como *"actor-autor-productor de sí mismo y de otros proyectos de sociedad"* (p. 128).

Metodología

Esta investigación asume como principios de la investigación narrativa su carácter colectivo e interpersonal en la relación investigadores y participantes. Reconoce que la investigación biográfica y narrativa supera la dicotomía entre lo subjetivo y lo institucional, por considerar que las voces de los sujetos y los contextos de actuación hacen parte de la misma realidad. Reivindica las identidades de los sujetos desde su propio valor con independencia de las voces de los investigadores (Rivas et al., 2019). Además, asume las características que Bolívar (2002, citado en Torres, 2018) propone atender: a) dimensiones de la experiencia que otro tipo de investigación deja fuera; b) categorías de análisis que surgen de los relatos o del diálogo de estos con los referentes del investigador; c) realidades internas del participante en relación con un contexto externo que permita encontrar significados y sentidos a la realidad vivida en la experiencia relatada; d) experiencias narradas en un conjunto de regularidades y pautas explicables socio-históricamente, pues el relato de vida se da en una realidad socialmente construida, aunque sea completamente única y singular (p. 271).

Análisis o discusión

A continuación, se presentan algunos fragmentos de las narrativas de dos PMF que hacen parte del análisis desarrollado en la investigación. Iniciamos con un fragmento que da cuenta de aspectos que se relacionan con la primera ruptura (Martínez, 2006) que se develan en este PMF:

> *[...] yo veía a los profes de matemáticas como deidades, como cosas inalcanzables, muy alto, como que el profe de matemáticas sabe demasiado, así veía a los profes de Ciencias especialmente. Me sentía más cercano con los de Humanidades en el Colegio, pero los de Ciencias los veía como muy arriba, como intocables [...] yo sentía que no podía tener una conversación con ellos, [...] los veía como si no fueran personas comunes, así como yo, como con una persona con defectos[...] Algo que marcó eso fue que tuve mucho tiempo el profesor tradicional en el Colegio, el profesor que solo da la exposición magistral. Digamos que ahora que tengo este bagaje de la licenciatura, pues ya entiendo que eso afecta a los estudiantes y pues yo me sentí afectado y no me di cuenta, ya en la adultez, veo que en realidad sí me afectó [...] yo veía al profe como esa fuente del conocimiento, como esa única puerta que me llevaría allá [...] yo considero que lo que mi formación en matemáticas me ha permitido es pensar más ordenadamente, estructurar mejor lo que pienso, mi vida, las cosas [...] ya veo la importancia social y cultural de las matemáticas. (Entrevista LM2)*

En este fragmento de la narrativa del PMF se devela cómo él acepta que su experiencia escolar determinó sus primeras comprensiones sobre el profesor de matemáticas y el papel del conocimiento matemático del profesor en su identidad. Manifiesta su distancia frente a esta representación del profesor y su afinidad con profesores de otras disciplinas, como las humanidades. Identifica que parte de sus determinaciones fueron instauradas por prácticas escolares que denomina tradicionales y caracteriza como magistrales. Sin embargo, también reconoce su indeterminación como profesor de matemáticas; esta la atribuye a sus experiencias de vida en las que relaciona la formación en matemáticas con una cierta forma de conocer que impacta ciertos modos de ser para vivir la vida y posicionarse en el mundo.

En relación con la segunda ruptura en la que el PMF pone como objeto de crítica esas representaciones sociales relacionadas con la identidad del profesor de matemáticas y los roles que se le atribuyen, podemos referenciar el siguiente fragmento:

> *[...] yo sé utilizar Geogebra a la perfección y mis clases son full Geogebra [...] pero si vamos, no sé, por ahí a una vereda, o al chocó o el Vaupés, o un sector muy alejado de lo que nosotros conocemos [...] ahí apenas un tablero o algo así. [...] esos recursos son mínimos, [los profesores] tenemos que enfocarnos a ese conocimiento, por eso digo que tiene que ser esa habilidad de solventarnos bajo los recursos que estén, no sé, sería también conocer el contexto en el que nos desenvolvemos, porque no es lo mismo que yo enseñé aquí en Bogotá a una vereda, a una región donde se viva la extrema pobreza [...]por ejemplo, un grupo de educación comunitaria, sin apoyo de la Universidad, se organiza para hacer Pre-ICFES populares [...] es un voluntariado que voy a hacer, una capacitación en una zona rural para que saquen buenos resultados [...] entonces uno va a cierta comunidad, apoya esos espacios, pero es algo que no es incentivado por la Universidad, es algo que surge de la organización de unos estudiantes que pertenecen a la Universidad. (Entrevista LM3)*

Este PMF deja ver que sus marcos de referencia en la formación enfatizan en la mediación instrumental con tecnología digital, conocimiento que privilegia una práctica pedagógica para ciertos contextos, pero cuestiona su saber respecto al conocimiento de mediaciones en contextos no urbanos. De igual manera, al reconocer ausencias en su trayectoria de formación y tener experiencias en otros contextos de actuación, encuentra condiciones de posibilidad que le permiten asumirse como profesor de matemáticas y construir otros sentidos para su profesión, lo que genera rupturas y tensiones entre la sustancia de lo dado (en la formación) y lo dicho del ser profesor (en otros contextos). El mismo PMF plantea lo siguiente:

> *[...] formarme un poco más profundamente políticamente, entender qué pasa en el país, incluso estas herramientas que obtuve gracias a las matemáticas y a la licenciatura permitieron comprender eso de manera más profunda, comprender los datos [...] yo concibo que un profesor de matemáticas ante todo [...]es sujeto crítico. En cuanto a visualizar la situación que ocurre en nuestro entorno y también al utilizar el conocimiento matemático para analizar esas particularidades sociales [...][aunque] haya paro [en la Universidad], las actividades que surgen en el paro, por nombrar un ejemplo, conversaciones con personas de otras licenciaturas, terminaron revelándome algo que no sabía y así es cómo terminan siendo esos eventos, que pasan así sueltos, los que terminan configurando una idea [sobre género, clase, raza, violencia, etc.] [...] logré organizar de mejor manera esos conocimientos nuevos que obtenía en cuanto a ser consciente de esa conciencia de clase, de las dificultades del país, de las implicaciones de estar en Bogotá, en las ciudades es como una burbuja, y en realidad, allá atrás de las montañas hay un montón de gente invisibilizada" ... "Entonces se diría que sí, [es en ese espacio] que logré formarme. Y bueno, continuaré formándome, pero considero bastante importante lo que logré a través de esos espacios [...]* (Entrevista LM3)

En la anterior narrativa se hace mención de esas conversaciones del PMF con sus colegas en relación con asuntos de la diversidad de contextos y situaciones sociales que caracterizan la realidad colombiana y la escolar. Este espacio se constituye en un contexto de actuación en el ambiente universitario que lo reconfigura como sujeto político y crítico. Además, él reinterpreta el rol de ser maestro, consciente de posibilidades y responsabilidades, revelando el valor y posicionamiento que atribuye a la formación de Licenciado en Matemáticas que experimenta. Los dos apartados anteriores dan cuenta también de la tercera ruptura, de esa necesidad de conocerse y construirse en su trayectoria de formación, haciéndose consciente de su posicionamiento como sujeto, reconociendo su entorno e identificándose como sujeto capaz.

Conclusiones

Los contextos de actuación que favorecen los procesos de reconfiguración de los PMF se inscriben, con más frecuencia, en el marco del contexto de la vida universitaria y de las relaciones que esta propicia y no en las trayectorias de formación que establecen los proyectos curriculares. Estos contextos le permiten a los PMF identificar sus indeterminaciones y encontrar posibilidades de acción que resignifican los sentidos de ser profesor de matemáticas. En las trayectorias de formación es indispensable que existan prácticas de reconocimiento que permitan el auto reconocimiento en los PMF como sujetos capaces. Estos aspectos develan (solo de manera ejemplarizante) aspectos de las reconfiguraciones de los PMF como sujetos políticos.

Referencias

González, M. (2016). Narrar-nos es formar-nos: las historias de vida en la formación de maestros. *Nodos y nudos*, *4*(40), 103-116.

Martínez, M. C. (2006). Disquisiciones sobre el sujeto político. Pistas para pensar su reconfiguración. *Revista Colombiana de Educación*, (50), 120-145.

Rivas, J. I., Márquez, M., Leite, A., Calvo, P., Martagón, V. y Prados, M. (2019). Indagación biográfica y construcción de narrativas transformadoras. En: C. Brandao, J. Carvalho, R. Arellano, C. Baixinho, y J. Ribeiro, *A prática na investigação Qualitativa: exemplos de estudos* (pp. 65-86). Ludomedia.

Torres, E (2018). La identidad narrativa de la infancia desvinculada de los grupos armados colombianos: El caso de Sandra. En: *La educación inclusiva una estrategia de transformación social.* Universidad Sergio Arboleda.

Análisis neuromatemático de las microexpresiones faciales que emergen en los estudiantes de 10 – 12 años al construir un paralelepípedo con el Software Cabri 3D

Jessica Franco Agudelo; Sebastián Cano Rojas; Luis Albeiro Zabala Jaramillo
Universidad de Medellín, Colombia
francoagudelojessica@gmail.com

Resumen

La propuesta de investigación tiene como propósito estudiar cómo determinadas emociones influyen en la cognición y, a su vez, en los resultados positivos o negativos al momento de solucionar una tarea matemática; para esto, se considerará la interacción entre la Neurociencia y la Didáctica de la Matemática denominada Neuromatemática y los aportes de la Matemática Computacional a la sistematización y análisis de grandes datos. La intervención se llevará a cabo en dos instituciones públicas de la ciudad de Medellín, Colombia, con alrededor de 350 estudiantes entre 10-12 años, bajo una metodología tipo exploratoria con enfoque mixto.

Palabras clave: emociones, microexpresiones faciales, modelo, Neuromatemática, representación.

Introducción

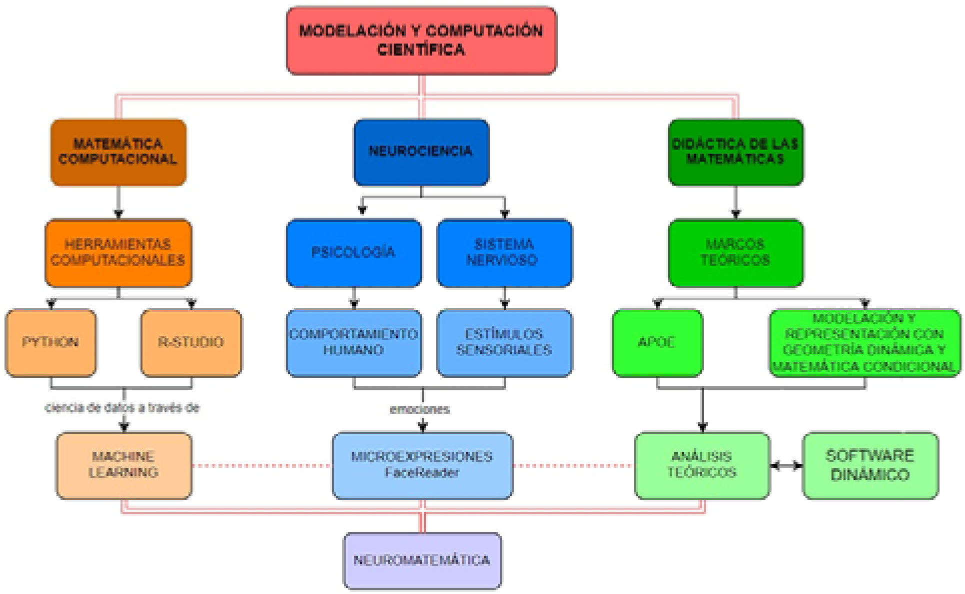
“Las emociones están relacionadas con los procesos necesarios para la adquisición de los conocimientos que se transfieren en la escuela" (Immordino-Yang y Damasio, 2007, p. 5). Entendiendo las emociones como reacciones biológicas a sucesos vitales importantes que permiten adaptarse y afrontar diferentes acontecimientos (Reeve, 1993), es fundamental tener en cuenta la relevancia que estas poseen a la hora de hablar de procesos de enseñanza y aprendizaje, por lo que es primordial estudiar cómo determinadas emociones influyen en la cognición y, a su vez, en los resultados positivos o negativos al momento de solucionar una tarea, en este caso de las matemáticas. Este estudio estará mediado por el software de análisis facial FaceReader, el cual detecta, a través de las microexpresiones, la intensidad de las emociones que expresa el estudiante cuando se enfrenta con la tarea matemática propuesta. Para ello, se requiere diseñar estrategias o crear ambientes de aprendizaje a través de enfoques y modelos computacionales, mediados por la Geometría Dinámica.

Ahora bien, la Neuromatemática es definida como “...la disciplina científica que estudia la aplicación de los conocimientos y avances de la neurociencia sobre los mecanismos cerebrales asociados al aprendizaje de la matemática y los procesos pedagógicos y didácticos dados en la enseñanza y aprendizaje de la matemática" (Giraldo-Rojas, Zabala-Jaramillo, Parraguez González, 2021, p. 380). Bajo esta concepción, la Neuromatemática será eje transversal al momento de realizar los estudios que se derivarán de la propuesta de investigación, al hacer un análisis de las emociones que los estudiantes de 10-12 años expresan a la hora de realizar una construcción de un paralelepípedo en el software Cabri 3D.

Estas emociones se esperan que sean reveladas a través de la detección de microexpresiones, definidas como expresiones involuntarias que ocurren en una fracción de segundo, las cuales “...pueden expresarse casi inconscientemente o a veces en situaciones de alto riesgo donde la persona intenta ocultar o reprimir sus verdaderas emociones..." (Vinces-Vinces et al., 2022, p. 4). Estas microexpresiones brindarán información esencial sobre lo que, en este caso, un estudiante experimentará en los diferentes momentos de la construcción.

Respecto a la Didáctica de la Matemática, el marco teórico que se definirá estará enmarcado en la Modelación y Representación con Geometría Dinámica y Matemática Condicional (Zabala-Jaramillo et al., 2017); en este se concibe la comunicación bidireccional entre la Modelación y la Representación –MR– formando entre ellas lo que se llamará una interconexión robusta cuando es validada con la Geometría Dinámica y verificada con la Matemática Condicional (Zabala-Jaramillo et al., 2017). En la figura 1 se escenifican las relaciones anteriormente mencionadas:

Figura 1 *Modelación y computación científica*



Metodología

La metodología del estudio será de tipo exploratoria con enfoque mixto puro, lo cual hace referencia a que se les dará la misma relevancia a los aspectos cualitativos que a los cuantitativos. El diseño que se eligió, debido a su pertinencia y alineación con respecto a la problemática de la presente investigación, es el diseño concurrente -los datos cuantitativos y cualitativos se recolectan y analizan casi simultáneamente- (Hernández-Sampieri et al., 2014, p. 531). La población a intervenir será de aproximadamente 350 estudiantes entre los 10-12 años, de dos Instituciones Educativas Públicas de la ciudad de Medellín, Colombia.

Análisis o discusión y conclusiones

La presente investigación se encuentra en la fase de formulación del problema, búsqueda de antecedentes, enfoque de objetivos, rastreo de aspectos histórico-epistemológicos del concepto a abordar, y documentación por parte de los investigadores sobre el marco teórico y la metodología a implementar; es por esta razón que aún no se cuenta con análisis y conclusiones.

Referencias

Giraldo-Rojas, J. D., Zabala-Jaramillo, L. A. y Parraguez González, M. C. (2021). Neuromatemática un estudio interdisciplinario: el caso de las emociones expresadas en la construcción del paralelepípedo. *Scientia et Technica, 26*(03), 378-390.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación (Sexta)*. McGraw Hill-Education-.

Immordino-Yang, M. H, y Damasio, A. (2007). We Feel, Therefore We Learn: The Relevance of Affective and Social Neuroscience to Education. *MIND, BRAIN, AND EDUCATION, 1*, 3-10.

Reeve, J. (1993). T*he face of interest. Motivation and Emotion, 17*, 353-375.

Vinces-Vinces, F.V., Giraldo-Rojas, J., Parraguez-González, M. C. y Zabala-Jaramillo, L. A. (2022). Emociones asociadas al proceso de construcción del volumen del paralelepípedo. *Uniciencia*, *36*(1), 1-21. Doi: 10.15359/ru.36-1.23.

Zabala-Jaramillo, L., Díaz Barriga, E., Roa-Fuentes, S., Parraguez, M., Laborde, C., Laborde, J. M., Fayó, A., Morales, A., Huincahue, J. y Rodríguez, R. (2017). Un nuevo marco conceptual: Modelación y Representación con Geometría Dinámica y Matemática Condicional. En N. Hincapié (presidencia). *I Congreso Internacional de Cabri Universidad de Medellín.* Medellín, Colombia.

Modelación matemática y su incidencia en el desarrollo profesional del docente rural

Edisson Alexander Santos Gamboa; Zaida Margot Santa Ramírez
Tecnológico de Antioquia Institución Universitaria; Universidad de Antioquia
edisson.santos@correo.tdea.edu.co; zaida.santa@udea.edu.co

Resumen

En el marco de una investigación doctoral, este estudio se interesa por la posible transformación del desarrollo profesional del docente rural de matemáticas, mediada por la modelación; este proceso podría propiciar que las prácticas de aula convencionales de enseñanza se cuestionen y se renueven, adoptando nuevos métodos de enseñanza que fortalezcan los conocimientos de la matemática escolar. Por lo tanto, se generan reflexiones en cuanto a lo que podría ocurrir con el desarrollo profesional del docente rural cuando realiza, implementa o construye tareas de formación para transformar sus prácticas a través de un proceso de modelación.

Palabras clave: desarrollo profesional, docente rural, matemática escolar, modelación matemática.

Introducción

Mejorar la calidad educativa en el contexto rural invita a reflexionar sobre las dificultades evidenciadas por las pruebas Saber desde el año 2018; en particular, se observa que los estudiantes no están desarrollando las competencias básicas en algunas áreas, específicamente en matemáticas, lo que permite inferir que, posiblemente, ciertos programas (como, por ejemplo, Todos a Aprender, Escuela Nueva, Aceleración del Aprendizaje, Posprimaria, Telesecundaria) o estrategias implementadas no logran propiciar que se alcancen las competencias básicas de los estudiantes de educación rural, o que la prácticas de aula (o cultura profesional) del docente rural, que han predominado y se han preservado en las instituciones educativas rurales, probablemente, no han sido cuestionadas o transformadas para que contribuyan a la calidad de la educación rural.

De las circunstancias anteriores (Bautista, 2019; Vaillant, 2016; Zaldívar et al., 2017; González y Díaz, 2018), emerge el hecho de focalizar la transformación del desarrollo profesional del docente de matemáticas que ejerce su práctica en el contexto rural, propiciada por el uso de la modelación matemática; este proceso podría incidir para que las prácticas de aula se renueven, se cuestionen los métodos clásicos o tradicionales de enseñanza, se adopten nuevos paradigmas de enseñanza y se fortalezcan los conocimientos de la matemática escolar.

La problemática, en este estudio, se justifica a partir de tres perspectivas: una teórica, una metodológica y una práctica, las cuales propician reflexiones en cuanto a lo que puede ocurrir con la transformación del desarrollo profesional del docente rural cuando realiza, implementa o construye tareas que se relacionan con sus prácticas de aula, a partir de la modelación matemática; cabe aclarar que, para Ponte et al. (2015), las tareas de formación se definen como actividades de enseñanza que diseñan e implementan los docentes para lograr los objetivos de aprendizaje.

En las perspectivas teórica y metodológica, que se han conjugado en una unidad de argumentos, se presentan problemas reportados en la literatura (Zaldívar et al., 2017; Pogré, 2013) que señalan la necesidad de indagar sobre las transformaciones que puede tener el desarrollo profesional del docente rural, en un proceso de formación, a partir de lo situado o centrado en la escuela, considerando concepciones, creencias, necesidades, intereses y la identidad como maestro. En la perspectiva práctica, determinada por la cultura profesional del docente rural que ha predominado en las instituciones educativas rurales y tiende a preservarse sin ser cuestionada o transformada, se suscitó un análisis de los niveles de desempeño de la Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativa (ECDF) de tres docentes rurales. Esta evaluación es un proceso reflexivo, con enfoque cualitativo, que realiza el Ministerio de Educación Nacional de Colombia para identificar las condiciones, los aciertos y las necesidades del contexto en que se realiza el trabajo docente, con el propósito de incidir en la trasformación de las prácticas de aula. En el análisis de dichas evaluaciones se pudieron identificar dificultades en los docentes rurales en lo que concierne a su conocimiento profesional.

Cabe señalar que la revisión de literatura y la justificación práctica permiten inferir que los docentes rurales presentan dificultades en su conocimiento disciplinar, pedagógico y didáctico, impidiendo la transformación de su desarrollo profesional; una posible forma de resolver el asunto es analizando la incidencia de la modelación matemática en la transformación del desarrollo profesional cuando los docentes rurales planifican, construyen y ejecutan tareas o prácticas de aula relacionadas con este proceso. Por lo tanto, el estudio doctoral pretende responder la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo incide la modelación matemática en la transformación del desarrollo profesional del docente rural de las Instituciones Educativas Rurales pertenecientes al núcleo educativo que integran la zona oriental de Antioquia (El Retiro, La Ceja y La Unión) con respecto a la articulación de la matemática escolar y el contexto rural?

Para generar procesos de reflexión mediante la formación continua de docentes rurales, esta investigación pretende implementar la modelación matemática, como marco teórico, que considera la reflexión como un elemento que tiene el profesor para observar, analizar, describir, evaluar y trasformar su práctica de aula (Villa et al., 2009). Además, la modelación matemática se sitúa en contextos reales para generar procesos de pensamiento. Según Villa et al. (2009), "la modelación entiende aquellos contextos cotidianos, sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias, en los cuales los estudiantes se ven enfrentados a la identificación, manipulación de datos y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución" (p. 1445).

Metodología

La investigación se enmarcará en un enfoque cualitativo, el cual permite un mayor acercamiento a los docentes rurales de matemáticas, para identificar y comprender sus saberes, desde la perspectiva de los participantes, en un ambiente natural y en relación con su contexto rural (Hernández et al., 2014). El estudio buscará analizar cómo la modelación matemática incide en la transformación del desarrollo profesional de los docentes rurales con respecto a la articulación de la matemática escolar y el contexto rural. Para llevar a cabo este propósito, se ha considerado la investigación acción, la cual pretende propiciar cambios sociales, específicamente en lo que se refiere a la transformación del desarrollo profesional del docente rural, para que estos tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación educativa (Hernández et al., 2014). En concordancia con el enfoque y el tipo de estudio, se usarán métodos de recolección de información como observaciones, entrevistas o diarios de campo (Hernández et al., 2014), que permitan analizar el objeto de investigación, en la particularidad de los participantes y de su contexto específico.

Análisis y conclusiones parciales

Se espera que la modelación propicie una articulación entre la matemática escolar y el contexto rural, con el propósito de que los docentes reconozcan sus características y particularidades, así como el tipo de tareas que se pueden generar en las prácticas de aula (Zaldívar et al., 2017). Finalmente, se destaca la necesidad de propiciar una transformación del desarrollo profesional del docente rural, que relacione aspectos como las prácticas de aula, la cultura de aula, el proceso de enseñanza, el conocimiento de la disciplina, el conocimiento curricular de las matemáticas y la formación docente, con la modelación matemática.

Referencias

Bautista, M. (2019). La formación en servicio de los maestros rurales de Colombia. *Revista de la Universidad de La Salle*, (79), 67-89.

González, A. y Díaz, A. M. (2018). Formación docente y desarrollo profesional situado para la enseñanza del lenguaje y matemáticas en Colombia, *Panorama*, *12*(22), p. 1–10.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación.* Mc Graw Hill.

Pogré, P. A. (2013) *Enseñanza para la comprensión: un marco para el desarrollo profesional docente* [Tesis Doctoral].Universidad Autónoma de Madrid.

Ponte, J. P., Rodríguez, E. R., Flores Martínez, P. y Moreno Verdejo, A. (2015). Desarrollo profesional del docente de matemáticas a través de sus tareas para el aula: propuestas en un curso de formación. *Bolema, 29*(51), 389-402.

Vaillant, D. (2016). El fortalecimiento del desarrollo profesional docente: una mirada desde Latinoamérica. *Journal of Supranational Policies of Education (JoSPoE), 5*(2), 5-21.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, A. y Ocampo, D. (2009). El sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto. *Revista de Educação em Ciência e Tecnología, 2*(2), 159-180.

Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S. A. y Medina Ramírez, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH, 8*(15), 87-110.

Habilidades metacognitivas en adolescentes al resolver tareas matemáticas

Kevin Valentin; Lucía Zapata-Cardona
Universidad de Antioquia
kevin.valentin@udea.edu.co; lucia.zapata1@udea.edu.co

Resumen

La investigación ha señalado que las habilidades metacognitivas, aquellas que permiten reconocer los propios procesos mentales, tienen un potencial para mejorar el desempeño académico en áreas como la matemática. No obstante, se ha estudiado, principalmente, a través de herramientas psicométricas. Esta ponencia describe las habilidades metacognitivas que emergen en estudiantes adolescentes mientras resuelven tareas matemáticas. Para producir la información, se llevaron a cabo entrevistas individuales de los participantes mientras resolvían seis tareas matemáticas. Se encontró que la habilidad que más apareció fue el monitoreo metacognitivo, seguida de la planeación metacognitiva. La habilidad más escasa fue la de reflexión metacognitiva.

Palabras clave: adolescente, discurso metacognitivo, discurso matemático, metacognición.

Introducción

La metacognición, entendida como el conocimiento y la reflexión sobre los propios procesos mentales (Flavell, 1979), tiene potencial para mejorar el desempeño académico de los estudiantes, particularmente en el área de matemáticas (Desoete et al., 2019; Vorhölter, 2019). Sin embargo, el estudio de la metacognición se ha realizado principalmente a través de herramientas psicométricas (Lucangeli et al., 2019) y en grupos etarios diferentes a la adolescencia. El uso de herramientas cualitativas para estudiar habilidades metacognitivas y el interés específico en la adolescencia podrían ser una contribución para comprender la metacognición, entender su proceso de desarrollo y complementar estudios previos.

Shilo y Kramarski (2019) y Kramarski et al. (2021) han estudiado el discurso metacognitivo prestando atención a tres habilidades metacognitivas: (1) la *planeación*, que es la habilidad de predecir y anticiparse antes de resolver una tarea, (2) el *monitoreo*, que es saber evaluar y hacer seguimiento a lo que está resolviendo, y (3) la *reflexión* que es la capacidad de explicar las decisiones tomadas y los procesos mentales utilizados. Teniendo en cuenta estos referentes teóricos, este estudio busca analizar las habilidades metacognitivas que emergen en los adolescentes cuando resuelven tareas matemáticas.

Metodología

El estudio siguió un enfoque descriptivo interpretativo (Creswell et al., 2007). A través de entrevistas, se estudió el discurso metacognitivo de siete adolescentes (15-18 años) mientras resolvían seis tareas matemáticas. Los participantes Aby, Angy, Ida, Luna, Viky, Bob y Zac (seudónimos) estaban escolarizados en instituciones educativas públicas y privadas de Medellín, Colombia.

Los participantes resolvieron las tareas diseñadas para generar discurso metacognitivo, ya que fomentan razonamiento y reflexión, como lo plantea Hsu (2013). Se les pidió que resolvieran las tareas pensando en voz alta. Algunas veces, se les hizo preguntas para estimular la expresión de sus habilidades metacognitivas, a las declaraciones que surgían de allí se les llamó discurso *estimulado*. Cuando no se les hicieron preguntas adicionales, el discurso de los participantes se llamó *espontáneo*. Las entrevistas fueron video grabadas y transcritas palabra por palabra para rastrear los enunciados que dieran cuenta de las habilidades metacognitivas, según los indicadores sugeridos y adaptados de Hanin y Van Nieuwenhoven (2018) y Shilo y Kramarski (2019).

Análisis o discusión

Se encontró que la habilidad metacognitiva que más apareció en todos los participantes, de forma espontánea cuando resuelven tareas matemáticas, fue el monitoreo. Esto lo confirma Weil et al. (2013) quienes afirman que las habilidades metacognitivas alcanzan cierto desarrollo sin intervención ni acompañamiento.

Se encontró que los enunciados de monitoreo metacognitivo fueron más frecuentes en el discurso *espontáneo*, que emergió en todos los participantes. También se encontró que los participantes enfrentaron las tareas de manera relativamente impulsiva, pero usaron monitoreo para asegurarse que se orientaban en la dirección de la solución. Esto es consistente y complementa hallazgos previos en donde se evidencia la impulsividad para iniciar una tarea en la infancia, y su mitigación en la adolescencia (Nelson y Fyfe, 2019). También se determinó que el monitoreo metacognitivo se puede categorizar en dos tipos, (1) el monitoreo de corrección y (2) el monitoreo de anticipación. El monitoreo de corrección se presentó cuando los participantes se dieron cuenta que no llegaban al resultado esperado y debían hacer ajustes y, a veces, regresar al inicio. El monitoreo de anticipación solo se observó en dos participantes y fue evidente cuando se adelantaban a dar un resultado antes de realizar el cálculo.

Se evidenciaron habilidades de planeación metacognitiva, a través del discurso estimulado, en especial cuando se indagaba por cuál era la tarea antes de empezar a resolverla. Finalmente, se encontró que la habilidad de reflexión metacognitiva fue la más escasa. No se evidenció que los adolescentes volvieran sobre sus soluciones, excepto en términos de procedimientos. Esto puede verse como una oportunidad en la medida que puede entrenarse y potenciar así la metacognición, como lo proponen Lucangeli et al. (2019).

Conclusiones

El discurso de los participantes permite evidenciar habilidades metacognitivas al resolver tareas matemáticas. Esto sugiere que el discurso puede usarse como una herramienta para identificar el desarrollo metacognitivo, mejorarlo y potenciarlo. De las tres habilidades metacognitivas, el monitoreo fue la que más apareció de forma espontánea. Una de las implicaciones prácticas de este estudio es que el entrenamiento intencionado podría mejorar todas las habilidades metacognitivas incluyendo la reflexión.

Referencias

Creswell, J. W., Hanson, W. E., Clark Plano, V. L., & Morales, A. (2007). Qualitative Research Designs: Selection and Implementation. *The Counseling Psychologist, 35*(2), 236-264. https://doi.org/10.1177/0011000006287390

Desoete, A., Baten, E., Vercaemst, V., De Busschere, A., Baudonck, M. y Vanhaeke, J. (2019). Metacognition and motivation as predictors for mathematics performance of Belgian elementary school children. *ZDM, 51*(4), 667-677. https://doi.org/10.1007/s11858-018-01020-w

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American psychologist, 34*(10), 906.

Hanin, V. y Van Nieuwenhoven, C. (2018). Évaluation d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes mathématiques: Évolution des comportements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels d'un résolveur novice et expert. *e-JIREF, 4*(1), 37-66. https://journal.admee.org/index.php/ejiref/article/view/145

Hsu, W. M. (2013). Examining the types of mathematical tasks used to explore the mathematics instruction by elementary school teachers. *Creative Education, 4*(06), 396. https://doi.org/10.4236/ce.2013.46056

Kramarski, B., Tzohar-Rozen, M. y Gadasi, Z. (2021). Metacognition and Meta-emotion in Kindergarten: Is the Combination Necessary for Self-Regulation in Mathematical Problem Solving? En D. Moraitou y P. Metallidou (Eds.), *Trends and Prospects in Metacognition Research across the Life Span: A Tribute to Anastasia Efklides* (pp. 135-159). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-51673-4_7

Lucangeli, D., Fastame, M. C., Pedron, M., Porru, A., Duca, V., Hitchcott, P. K. y Penna, M. P. (2019). Metacognition and errors: The impact of self-regulatory trainings in children with specific learning disabilities. *ZDM, 51*(4), 577-585. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01044-w

Nelson, L. J. y Fyfe, E. R. (2019). Metacognitive monitoring and help-seeking decisions on mathematical equivalence problems. *Metacognition and Learning, 14*(2), 167-187. Scopus. https://doi.org/10.1007/s11409-019-09203-w

Shilo, A. y Kramarski, B. (2019). Mathematical-metacognitive discourse: How can it be developed among teachers and their students? Empirical evidence from a videotaped lesson and two case studies. *ZDM, 51*(4), 625-640. https://doi.org/10.1007/s11858-018-01016-6

Vorhölter, K. (2019). Enhancing metacognitive group strategies for modelling. *ZDM, 51*(4), 703-716. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01055-7

Weil, L. G., Fleming, S. M., Dumontheil, I., Kilford, E. J., Weil, R. S., Rees, G., Dolan, R. J. y Blakemore, S.-J. (2013). The development of metacognitive ability in adolescence. *Consciousness and Cognition*, *22*(1), 264-271. https://doi.org/10.1016/j.concog.2013.01.004

Influencia del efecto primacía en la comprensión de la noción intuitiva de infinito actual

Iwan Alexis Aguirre Morales; René Alejandro Londoño Cano
Universidad de Antioquia; I. E. Alfredo Cock Arango
iwan.aguirre@udea.edu.co; rene.londono@udea.edu.co

Resumen

El infinito actual es un concepto intrínseco en muchos conceptos matemáticos de todos los niveles y, sin embargo, se trata tácitamente en el aula de clase. La presente investigación indaga si las primeras impresiones referentes al infinito que han tenido alumnos de grado 9° de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango, de la ciudad de Medellín, que hacen parte de los participantes, son una ayuda o, por el contrario, son una dificultad para la correcta comprensión en relación con el infinito actual. El marco teórico se encuadra en el efecto primacía, uno de los factores que componen la intuición, según Fischbein (1994) y la comprensión según Perkins (1999). La metodología es de enfoque cualitativo, bajo el método de estudio de caso según Yin (1994); la técnica utilizada es la entrevista semiestructurada, la cual se centra en tres casos.

Palabras clave: comprensión, efecto primacía, infinito actual, intuición.

Introducción

Desde los primeros años escolares, niños y niñas estudian conceptos primitivos como el de conjunto y elemento, luego viene el conjunto de los números naturales y, tras esto, aparece la pregunta: ¿cuántos elementos tiene? La respuesta es simple, infinito, pero en el fondo es compleja. La versión del infinito del que trata esta respuesta se refiere al infinito como proceso inacabable llamado por Aristóteles infinito potencial; no obstante, el infinito, como algo completo, como unidad terminada, el infinito actual, es otra versión del infinito que este pensador rechazó por ser poco intuitiva y porque explica la complejidad de lo finito de manera simple. Mucho tiempo después, gracias a matemáticos como Bolzano y Cantor, el infinito actual fue tomando gran relevancia; por ejemplo, al comparar el conjunto de los números naturales con el de los números naturales pares se pensaría, intuitivamente, que el primero de ellos es mayor ya que el segundo es un subconjunto del primero; sin embargo, no es así, aunque son conjuntos distintos, Cantor mostró que ambos tienen la misma cardinalidad o, dicho de otra manera, la misma cantidad de elementos (Epp, 2011).

Al mencionar el ámbito escolar, obligatoriamente, se deben tener en cuenta los procesos de enseñanza y aprendizaje; aquí es donde el complejo tema de la comprensión hace su aparición, a partir de las ideas de Perkins (1999), como una competencia que va más allá de una representación mental; este autor habla de desempeño flexible que se va perfeccionando y tiene a la comprensión como un fin en sí mismo y no como un medio para una recompensa inmediata. Pues bien, la comprensión debe tener en cuenta a la intuición, la cual es una forma inmediata de saber sin intermediación de la razón, gracias a la cual se congelan las cogniciones intuitivas que tienen como característica el efecto primacía que no es más que la perseverancia de la información temprana y el descarte de información tardía por argumentada que esta sea, llamado cierre prematuro (Fischbein, 1994).

El infinito actual es un concepto muy importante y poderoso en matemáticas, el cual no tiene un espacio propio en la clase de matemáticas. Leston (2007) nos habla acerca de la existencia de infinitos mayores que otros, lo cual puede ser estudiado como identidad cardinal, relacionándose, de esta manera, con el Pensamiento Numérico, uno de los cinco pensamientos que conforman los saberes específicos de los que hablan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998). No obstante, para aceptarlo o rechazarlo, se deben desarrollar en los estudiantes estrategias de comparación entre conjuntos numéricos y una serie de competencias lógicas (Prieto, 2015), las cuales no pueden ser desarrolladas cuando se pretende que los alumnos tengan un desempeño flexible a partir de modelos intuitivos rígidos, incompletos y no generalizados que pudieran ellos haber conocido en sus comienzos en la educación formal.

Metodología

El enfoque de la presente investigación es cualitativo dado que, según Hernández et al. (2014), no busca generalizar los resultados sino la profundidad, o sea, comprender a la población estudiada y entender el fenómeno. El método es el estudio de casos propuesto por Yin (1994), debido a que la pregunta de investigación busca responder al cómo o por qué; además, no se tiene control sobre los eventos y el foco está en un fenómeno contemporáneo de un contexto de la vida real. Ahora bien, dicho método es de corte explicativo dada la pregunta de investigación y también tiene algo de exploratorio porque es un fenómeno poco estudiado. Debido a que el tema de estudio no es fácil de observar, la técnica para recolectar la información es la entrevista, en especial, la semiestructurada, que, de acuerdo con Hernández et al. (2014), sigue una secuencia de preguntas, pero puede presentar, según el entrevistado, nuevos interrogantes con el fin de obtener mayor información. Según estos autores, se deben estudiar entre tres y cinco casos cuando el estudio es a profundidad; por tanto, la unidad de análisis es el concepto de infinito actual dividido en tres categorías que tienen que ver todas con este importante y muy desconocido concepto matemático: su concepción, cardinalidad de conjuntos infinitos y convergencia de series infinitas. Según Yin (1994), para mejor precisión en los resultados, la pregunta de investigación primaria indica la unidad de análisis.

Resultados esperados

Por medio de la entrevista semiestructurada, se realiza una serie de preguntas diseñadas, cuyos objetivos se centran en analizar la manera en que el estudiante razona e identifica la idea intuitiva que tiene él mismo respecto a los casos: concepción del infinito actual, cardinalidad de conjuntos infinitos y convergencia de series geométricas infinitas. La hipótesis esperada sería que el entrevistado concluya, gracias a la fuerza de los argumentos y al aprendizaje encubierto, que, efectivamente, las ideas prístinas que traía hasta el momento no son como la intuición primaria se lo dictaba y acepta esta nueva manera de ver al infinito, en especial, al infinito actual. Otra posible hipótesis es que gracias a la característica del cierre prematuro del efecto primacía, el estudiante no acepte las conclusiones a las que lo llevan las preguntas y los razonamientos y conserva la idea incompleta e intuitiva de este concepto matemático.

Referencias

Epp, S. (2011). *Matemáticas discretas con aplicaciones*. CENGAGE Learning.

Fischbein, E. (1994). *Intuition in sciencie and mathematics.* Kluwer academic publishers.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación.* Mc Graw Hill.

Leston, P. (2007). *Ideas previas a la construcción del infinito en escenarios no escolares* [Tesis de maestría]. Instituto Politécnico Nacional – Centro de investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada. Archivo digital: https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/leston_2008.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares.* Editorial Magisterio.

Prieto, J. (2015). *Estudio del infinito actual como identidad cardinal en estudiantes de educación secundaria de 13 a16 años.* [Tesis doctoral]. Universidad de Málaga. Archivo digital: https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle

Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En: M. Stone (Comp.). *La Enseñanza para la Comprensión* (pp. 69-94). Paidós.

Yin, R. (1994). *Investigación sobre estudio de casos. Diseño y métodos.* Sage.

Conceptos contraintuitivos en la comprensión de los números racionales. El caso de tres estudiantes del grado 7º de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango

Luis Gabriel Aguas Hernández; Lizeth Dayana Lozada Jiménez; Paola Viviana Tobar Rosales; René Alejandro Londoño Cano

Universidad de Antioquia

lizeth.lozada@udea.edu.co

Resumen

La investigación se llevó a cabo con tres estudiantes del grado 7º de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango, en torno al estudio sobre cómo los conceptos contraintuitivos afectan el proceso de comprensión de los números racionales, bajo el análisis de la caracterización cognitiva realizada por Fischbein (1987) y la metodología de experimentos de enseñanza. De esta forma, se desarrolló la investigación aplicando diferentes instrumentos que permitieron la recolección de la información, analizando los conceptos contraintuitivos desde la definición, lo operativo y la representación.

Palabras clave: cognición, comprensión, contraintuitivo, enseñanza, intuición.

Introducción

Los motivos que llevaron a investigar sobre la comprensión del concepto de los números racionales, es la evidente mecanización de los procesos matemáticos dentro de los espacios educativos que, a pesar de que en ocasiones es conveniente y necesaria para la internalización de los procesos matemáticos, genera obstáculos. Se pretende analizar, principalmente, cómo los conceptos contraintuitivos emergen en la comprensión de los números racionales, como lo menciona Fischbein (1987):

> (...) en una primera fase, en la historia de la ciencia y la filosofía la tendencia principal era considerar la intuición como una fuente o un método para obtener un conocimiento absolutamente fiable. Pero se fueron acumulando más y más hallazgos que apuntaban a que las teorías y representaciones, antes consideradas como eternas y absolutas, debían abandonarse y que debían aceptarse interpretaciones diferentes y contraintuitivas. (p. 12)

Meel (2003) afirma que, para un concepto particular como las fracciones, "se puede suponer que, al rastrear el crecimiento de la comprensión matemática, un estudiante llega a la situación de aprendizaje con una gran cantidad de información que puede o no dar forma a la evolución de la comprensión" (p. 236). Por lo tanto, se considera pertinente analizar la comprensión de los números racionales a través de la mecanización y el razonamiento estructural y conceptual, al responder el interrogante ¿de qué manera los conceptos contraintuitivos afectan el proceso de comprensión de los números racionales? Así, se da paso al análisis de las manifestaciones intuitivas del estudiante, sus sesgos establecidos a través de la comprensión, la mecanización del concepto y la operatividad sobre los números racionales.

Metodología

Este trabajo se desarrolló bajo el enfoque cualitativo, a partir de la construcción teórica que permitió dar fundamento a la pregunta y al objetivo de investigación, componentes que fueron reevaluados y modificados en el transcurso de la práctica docente realizada en la Institución Educativa Alfredo Cock Arango. Así mismo, dentro del proceso de investigación se evidenciaron sucesos, comportamientos y situaciones en los estudiantes que otorgaron modificaciones al trabajo de grado, dando paso a la característica primordial del enfoque cualitativo que consiste en reevaluar constantemente cada uno de los pasos y secciones dentro de un trabajo investigativo. Así, el enfoque cualitativo no es lineal y permite que la investigación sea más interactiva.

El enfoque cualitativo tiende a estructurar y conocer los aspectos simbólicos que se trabajan en torno a la expansión y entendimiento de conceptos; su principal ideología se enmarca en recoger datos, estudiarlos, analizarlos y utilizarlos en los espacios que se consideren pertinentes. Las investigaciones desarrolladas a través de este enfoque tienen en cuenta la percepción del investigador y todos aquellos sujetos que, por medio de los instrumentos y las metodologías, permiten entender las dinámicas y dificultades al momento de comprender el concepto a trabajar.

La metodología de experimentos de enseñanza (TEM) es el diseño en el cual se desarrolló el presente estudio; en este se testean y generan hipótesis que se reevalúan durante episodios, permitiendo un acto reflexivo constante en la realización de cada una de las fases que este conlleva. Así mismo, se da paso al investigador-docente para experimentar, de primera mano, el razonamiento, el aprendizaje y la comprensión de los estudiantes. "De forma general, un experimento de enseñanza consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los participantes son normalmente un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores" (Molina et al., 2011, p. 79).

Análisis o discusión

El experimento de enseñanza se ejecuta a partir de tres fases y tres episodios; en la primera fase se desarrolló un test diagnóstico que permitió analizar los conocimientos previos que tenían los estudiantes con respecto a los conceptos de los números racionales. La segunda fase se desarrolló en tres ejes fundamentales denominados: antes de la intervención, en la intervención y después de la intervención, en los cuales se llevaron a cabo los dos episodios restantes y la segunda parte del episodio 1, que fueron subdivididos en cinco etapas para realizar un análisis profundo sobre los conceptos contraintuitivos que afectan la comprensión de los números racionales.

La tercera fase consistió en argumentar cómo los conceptos contraintuitivos han afectado la comprensión de los números racionales en los estudiantes; esta se centró en evidenciar las características mencionadas por Molina et al. (2011), lo que permitió categorizar a los estudiantes en los tres episodios mencionados, así como analizar sus implicaciones en el contexto y los conceptos contraintuitivos que prevalecen en la comprensión de los números racionales al finalizar dichas actividades.

Conceptos contraintuitivos en torno a las definiciones. Se logró evidenciar que el concepto encontrado sobre los números racionales generó dificultades a la hora de comprender qué son y cómo están compuestos. Son definidos de la siguiente manera "un número racional es aquel que se puede expresar de la forma a/b, de tal manera que a y b sean números enteros, pero b tiene que ser distinto de 0" (Saldaña y Melgarejo, 2019, p. 3). Se considera que a esta definición le hace falta rigurosidad para que pueda ser comprendida y no se clasifique solo en los números fraccionarios; por tanto, se define a un número racional como aquel que se puede expresar de la forma a/b, si $b \neq 0$ y $a \in R$, tal que el m.c.d (a, b) =1.

Conceptos contraintuitivos en torno a las operaciones. En el proceso de análisis se encontraron conceptos contraintuitivos que se relacionan con la operatividad de los números racionales, como la ubicación en la recta numérica, sus características y operaciones mecanicistas al solucionarlas numéricamente en este conjunto.

Conceptos contraintuitivos en torno a la representación gráfica. Las representaciones gráficas que posee un número racional pueden variar dependiendo de las indicaciones que se den por parte del docente. En este caso, en especial, se analiza la representación o ubicación de los números racionales en la recta numérica. Durante el desarrollo del test conceptual, los estudiantes representaron números racionales en la recta numérica, teniendo presente que en la explicación que se llevó a cabo antes del desarrollo del mismo, se dieron tres representaciones numéricas sobre un número racional.

Conclusiones

A través del análisis realizado en las fases, episodios y etapas, se evidenció que la comprensión de los estudiantes en cuanto a los conceptos contraintuitivos de los números racionales se afecta porque la interpretación que realizan se fundamenta en las primeras impresiones que tienen de la definición de los números racionales. Solamente el hecho de mencionar que los números racionales son una división o que se pueden representar únicamente como fracción, permite develar que los procesos mecánicos hacen parte de estos conceptos contraintuitivos, puesto que la interpretación que se da a este conjunto se basa en la inmediatez y la certeza intrínseca caracterizada por Fischbein (1987), puesto que la primera impresión es la que queda en el razonamiento del sujeto.

Los estudiantes, al estar enfrentados a estas dinámicas individuales que les presupuso un reto, consideraban correcto empezar a generar conjeturas y expresar, en sus propias palabras, lo que ellos comprendieron; en este tipo de expresiones pueden estar encerradas algunas bases conceptuales contraintuitivas porque, según lo que el estudiante entiende, es que empieza a lanzar palabras explicativas que, a fin de cuentas, lo pudieron llevar a confundir más o aclarar las ideas que traía consigo, dependiendo de la comprensión y el uso tan común que se dé en la escuela.

Referencias

Fischbein, E. (1987). Intuición en ciencias y matemáticas. En E. Fischbein, *Intuición en ciencias y matemáticas* (pp. 43-56). Kluwer Academic Publishers.

Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática. Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 221-271.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Investigación didáctica, 1*(29), 75-88.

Saldaña, V. y Melgarejo, N. (2019). Números racionales. *TICLAS,* 1-19.

Análisis de la comprensión de gráficos estadísticos a partir de situaciones matemáticas escolares

Nidia Yelitza Burbano Burbano; Jhon Jair Jiménez Gutiérrez
Universidad del Cauca, Colombia
nyburbano@unicauca.edu.co

Resumen

En este documento se presentan los resultados de la investigación realizada en el municipio de La Sierra, en el departamento del Cauca, relacionada con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, donde, a partir del diseño y aplicación de dos situaciones matemáticas escolares acordes al contexto de los estudiantes, se analizan los niveles de comprensión de la Taxonomía de Curcio (1989), utilizando como herramienta de análisis la configuración epistémica del enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento (Godino et al, 2007).

Palabras clave: comprensión, niveles de comprensión, situación matemática escolar, taxonomía de Curcio.

Introducción

La investigación *Análisis de la comprensión de gráficos estadísticos a partir de situaciones matemáticas escolares* nace de la experiencia del trabajo en el aula de matemáticas y la preocupación generada por los bajos desempeños de los estudiantes de la Institución Educativa Francisco José de Caldas, en las pruebas internas y externas, relacionados con la comprensión de la información presentada mediante gráficos estadísticos dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos (Duarte y Zanabria, 2018). Estos bajos desempeños pueden ser originados, entre otras situaciones, por la priorización de actividades de aula en el pensamiento numérico y sistemas numéricos dentro del plan de aula y las prácticas de los docentes del área.

Reconocemos la potencialidad de la estadística en la actualidad, ya que la mayoría de la información es presentada en documentos y medios de comunicación mediante gráficos estadísticos; por lo tanto, se hace necesario que todo ciudadano desarrolle la capacidad de lectura, interpretación y evaluación de la información y, con ello, tome posición crítica y objetiva de la misma dentro de su contexto (Arteaga et al., 1969).

El interés de la investigación se centra en los gráficos de barra y circular, siendo estos los que, usualmente, se trabajan dentro de la propuesta curricular de la institución, además, estos son usados, frecuentemente, para representar información dentro de las pruebas Saber y en informaciones en medios de comunicación. De esta manera, se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles son los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares, a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos, que resuelven los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas?

El diseño de las situaciones matemáticas escolares se llevó a cabo obedeciendo a las características del contexto, permitiendo evidenciar los niveles de comprensión a partir de conjuntos de datos presentados en gráficos estadísticos, haciendo uso de la herramienta de análisis de la configuración epistémica del enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento (Godino et al, 2007); con ello, se relaciona cada una de las entidades primarias con las conductas propuestas para desarrollar el sentido gráfico (Curcio et al., 2001) y, de esta manera, categorizar los niveles de comprensión que muestran los estudiantes según la Taxonomía de Curcio (1989).

Metodología

La investigación es de tipo cualitativo descriptivo, cuyo "propósito principal es explorar, describir y comprender las experiencias de las personas respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias" (Hernández y Mendoza, 2018, p. 548); se enfoca más en describir que interpretar las experiencias y datos aportados por los participantes, permitiendo detallar cómo se manifiestan los fenómenos y situaciones relacionados con los objetivos y preguntas de investigación (Fernández et al, 2015).

Para el diseño de las situaciones matemáticas escolares, se revisó información actual y contextualizada; su análisis se dio mediante la aplicación de una matriz de criterios basados en las entidades primarias de la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al, 2007), priorizando tres de ellos según su uso y frecuencia dentro de las prácticas matemáticas y apoyados en audios y videos como producto del diálogo en ambientes naturales y lenguajes cotidianos para que puedan expresar con total tranquilidad las razones y argumentos acerca del proceso realizado (Hernández y Mendoza, 2018). Lo anterior permitió interpretar y describir los datos obtenidos y, por tanto, categorizar los niveles de comprensión según la Taxonomía de Curcio (1989), a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos.

El diseño y aplicación de las situaciones matemáticas escolares se realizó con 19 estudiantes de grado noveno de la institución educativa, la cual, para ese momento, se encontraba laborando bajo la modalidad "Alternancia Educativa", después de, aproximadamente, dos años por fuera de las aulas de clase como consecuencia de la pandemia causada por el Covid 19. En este tiempo, la atención a los estudiantes se dio por medio de la priorización de contenidos mediante guías taller para cada una de las áreas; particularmente, en al área de matemáticas, se priorizó el trabajo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, dejando de lado el trabajo en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Análisis o discusión

Usualmente, en educación matemática se entiende la comprensión como proceso mental; en esta investigación la comprensión se evidencia a través de las prácticas[8] de los estudiantes; en otras palabras, "se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes situaciones" (Godino et al., 2007, p. 127). Para ello, la manera de acercarnos a lo cognitivo y categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos fue usando la herramienta de la configuración epistémica del enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento (Godino et al, 2007), donde se propone, como entidades primarias, situaciones problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, las cuales relacionan y permiten identificar, en los estudiantes, la comprensión de la información presentada en gráficos estadísticos a través de sus prácticas.

Los criterios de análisis fueron los siguientes: lectura y elaboración del gráfico estadístico, uso de procedimientos matemáticos en la solución de las situaciones matemáticas escolares y relación de conceptos y procedimientos dentro del gráfico circular y de barra y su utilidad en la solución de una situación matemática escolar; a partir de ellos, se evidenció, en las prácticas de los estudiantes, diferentes conductas y procesos para desarrollar cada uno de los ítems de la situación matemática.

Los procesos evidenciados dentro de los anteriores criterios fueron los siguientes: lectura literal de la información representada en el gráfico estadístico, construcción del mismo teniendo en cuenta sus elementos estructurales, reconocimiento de las variables sin distinguir en ellas si son de tipo cuantitativo o cualitativo, lo continuo y discreto del valor de una magnitud, ejercitación de procedimientos matemáticos evocando regla de tres simple directa para hallar valores desconocidos, uso de conceptos y conocimientos previos, argumentación de respuestas y afirmaciones, verificación de la coherencia de los

8 "Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarse a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

procedimientos realizados por los estudiantes y el planteamiento de las situaciones matemáticas, relación de los resultados hallados con cada uno de los ítems propuestos, y la argumentación de cada una de las respuestas mediante expresión oral, escrita y los procedimientos matemáticos.

Conclusiones

Como resultado del análisis, se establece correspondencia entre las entidades primarias del conocimiento evidenciadas en el trabajo escrito de los estudiantes y las conductas propuestas para alcanzar la comprensión de la información; con ello, se concluye que en las prácticas de los estudiantes se identifican los niveles de comprensión *leer los datos* y *leer entre los datos*, según la Taxonomía de Curcio (1989), recalcando la ausencia de la capacidad de argumentación en la mayoría de los estudiantes y en la totalidad de ellos el conocimiento del contexto de aplicación de la situaciones matemáticas escolares. Por último, no se identifican los niveles *leer más allá de los datos y leer detrás de los datos;* según Curcio (1989), esto obedece a que "diferentes niveles de cuestionamiento provocan diferentes niveles de comprensión" (p. 9); en otras palabras, las situaciones matemáticas escolares no fueron formuladas para que en su solución hubiese la posibilidad de usar y evidenciar las conductas propuestas por Curcio (1989) para estos niveles.

Referencias

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, M. (1969). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas, 76*, 55–67.

Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension.* N.C.T.M.

Curcio, F. R., Bright, G. y Friel, S. N. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 124–158. https://doi.org/10.2307/749671

Duarte, J. y Sanabria, Y., (2018). *Informe por colegio del cuatrienio Análisis histórico y comparativo 2018, Institución Educativa Francisco José de Caldas.* Legis S.A. https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos

Fernández, V. (2015). *Fundamentos de Metodología de Investigación.* Universidad Politécnica de Cataluña. https://doi.org/10.3926/oss.38es

Godino, J. et al. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009). ZDM: *The International Journal on Mathematics Education, 39*(1–2), 127–135.

Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la Investigación. Las rutas Cuantitativa Cualitativa y Mixta.* Universidad Tecnológica laja Bajio. http://repositorio.uasb.edu.bo:8080/handle/54000/1292

Avances en la caracterización del pensamiento numérico en niños de segundo grado de básica primaria

Mauricio Penagos; Briyidt Vanessa Cárdenas Muñoz; Luz Ángela Pérez Hernández
Universidad Surcolombiana, Colombia
mauriciopenagos@usco.edu.co

Resumen

El desarrollo del pensamiento numérico, en primaria, es un aspecto importante de la formación matemática de los niños, ya que permite una comprensión general de números y operaciones básicas para facilitar el desarrollo de su manejo y aplicación. Esta investigación se realizó con 23 niños de segundo grado de una I. E. oficial de Neiva y se buscó identificar en los estudiantes características del pensamiento numérico a partir del estadio de las operaciones concretas propuesto por Piaget (1966), el aprendizaje social de Vygotsky (Álvarez y Del Río, 1990), los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016).

Palabras clave: caracterización, cardinalidad, patrones, pensamiento numérico y seriación.

Introducción

Los primeros años de escuela, etapa donde se inicia la construcción del pensamiento matemático elemental, resultan esenciales para el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas. Los niños desarrollan la capacidad de abstraer mediante la manipulación de objetos matemáticos y figuras en diferentes representaciones. Asimismo, el aprendizaje es imbricado: una etapa afecta la forma en que se piense en la siguiente etapa. Dreyfus (1899, citado por Penagos et al., 2017) sostiene que el conocimiento "[...] es un proceso que ocurre en la mente del estudiante y se basa en una larga secuencia de actividades de aprendizaje, en el que una gran variedad de procesos mentales ocurre e interactúan" (pp. 108-109).

No obstante, una de las problemáticas educativas vigentes gira en torno al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que influye directamente en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes tanto en primaria como en los demás niveles educativos. Esto se convierte en un reto teniendo en cuenta la actual sociedad globalizada, donde muchas de las actividades que desempeñan los ciudadanos requieren conocimientos y destrezas matemáticas.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) refiere que, para ser matemáticamente competente, un niño debe formular, plantear y resolver problemas; conocer el lenguaje matemático; razonar y usar la argumentación, la prueba, la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios para validar y rechazar conjeturas. Y, aunque el estudio del pensamiento aritmético como elemento fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños posee un amplio rango de aceptación social, se hace imperativo observar, analizar y tratar de describir cómo piensan matemáticamente los futuros ciudadanos desde la edad temprana para proponer soluciones a la problemática planteada.

Teniendo en cuenta lo anterior, la presente investigación se direcciona en caracterizar algunos aspectos destacados del pensamiento numérico en niños de 2° de educación básica primaria de la Institución Educativa, de carácter público, María Cristina Arango de Pastrana, ubicada en la ciudad de Neiva.
Para el desarrollo de la presente investigación se tendrá en cuenta la propuesta del psicólogo, epistemólogo y biólogo suizo Jean William Fritz Piaget (1896 – 1980), quien afirma que los niños inician su aprendizaje de matemáticas, de manera abstracta, desde temprana edad, a lo cual llama "pensamiento transductor del niño" (Piaget, 1966, p. 322); esto es, el infante observa los rasgos sobresalientes de los objetos y extrae conclusiones de ellos mediante un proceso de continuidad o semejanza, más que por exactitud lógica.

También, se tomará, desde otra perspectiva muy diferente, la propuesta del psicólogo ruso Lev Semiónovich Vygotsky (1896 – 1934), quien concibe el conocimiento como un proceso de interacción entre el sujeto y el medio como algo, no solamente físico, sino social y cultural (Carrera y Mazzarella, 2001). Con base en las propuestas científicas de los autores mencionados, los documentos académicos propuestos por el MEN (2006) y, a través del análisis de los resultados obtenidos luego de la implementación de un sistema de actividades didácticas a los niños, se busca caracterizar algunos elementos del pensamiento numérico temprano.

Metodología

La presente investigación es descriptiva con enfoque cualitativo y utiliza la recolección y análisis de los datos según las preguntas de investigación o revelar nuevas interrogantes en el proceso de interpretación (Hernández-Sampieri et al., 2018), ya que se basa en la observación y análisis de información; además, los datos obtenidos son subjetivos y poco controlables, por lo que se centra en aspectos descriptivos. Ello, teniendo en cuenta que el proceso que se va a desarrollar tiene como objetivo obtener, registrar, tematizar, relacionar, categorizar y analizar, racionalmente, información sobre un tema específico: la manera en que los niños desarrollan el pensamiento numérico.

Para prosperar en el desarrollo del pensamiento matemático son necesarios tres componentes, en particular, que crean esa atmósfera: interrogar, desafiar y reflejar; de igual forma, se apoya el pensamiento matemático en la persuasión según el entorno de preguntas, aspecto necesario para el pensamiento propio, fundamentalmente si se está en condiciones de afectar el pensamiento matemático de los demás.

Análisis o discusión

Al buscar la caracterización del pensamiento numérico de los estudiantes, en este trabajo se destaca la triangulación de información para la extracción de conclusiones, basada en: análisis del discurso escrito y verbal del estudiante, revisión del proceso de solución de las actividades planteadas, interacciones estudiante-estudiante, docente-estudiante y estudiante-grupo, en el que se recurrió al siguiente sistema de actividades didácticas, implementado en cinco momentos, en los que se pedía a los niños desarrollar completamente los ejercicios propuestos en las guías, cada una con su objetivo y materiales que fueran necesarios. Las actividades desarrolladas fueron: Actividad 1. Adivina el Número; Actividad 2. Encontrando el Número; Actividad 3. Suma Misteriosa; Actividad 4. Comparando Conjuntos; Actividad 5. Subiendo de Nivel.

Para analizar el proceso de solución de las actividades, se consideró el trabajo individual y lo que logró realizar el estudiante en una zona de desarrollo colaborativo (Álvarez y Del Río, 1990). De esta manera, se determinó la influencia y la importancia del trabajo colaborativo en el dominio de los conceptos matemáticos trabajados; también, se analizó hasta dónde solucionan, de manera individual con diferentes estrategias, las actividades y se evidenció que los estudiantes se encontraban en el estadio de operaciones concretas, según Piaget (1966).

Conclusiones

- Tal como lo propone Piaget (1966), la seriación, la clasificación y la conservación son las tres principales operaciones mentales o esquemas que el niño desarrolla durante el estadio de las operaciones concretas.
- El trabajo en las comunidades de aprendizaje y el trabajo con software educativo (Actividad 5: *subiendo de nivel (sudoku)*), favorecieron una mayor receptividad por parte de los estudiantes, manifestado en mayores periodos de concentración y colaboración, incluso apartándose de tensiones y nerviosismo. Se nota una mayor percepción lógica y una manera satisfactoria de lograr un aprendizaje.
- En cuanto a la caracterización del pensamiento numérico, se concluye que las actividades propuestas permitieron evidenciar en los estudiantes mayores habilidades para la seriación, representación, identificación de patrones, uso y sentido de los números, operaciones con números y relaciones de orden.

Referencias

Álvarez, A. y Del Río, P. (1990). Educación y desarrollo: la teoría de Vygotsky y la zona de desarrollo próximo. *Desarrollo psicológico y educación, 2*, 93-120.

Carrera, B. y Mazzarella, C. (2001). Vygotsky: enfoque sociocultural. *Educere, 5*(13), 41-44.

Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2018). *Metodología de la investigación.* McGraw-Hill Interamericana.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas.* Ministerio de Educación Nacional.

Penagos. et al. (2017). Pensamiento matemático elemental y avanzado como actividad humana en permanente evolución. *Perspectivas, 2,* 111-115.

Piaget, J. (1966). *La formación del símbolo en el niño.* Fondo de Cultura Económica.

PÓSTERES

Evaluación de competencias específicas a través de una prueba diagnóstica interdisciplinar

Tifanni Julieth Sarmiento Afanador; Juan Camilo Díaz Romero
Universidad Industrial de Santander, Colombia
tifanni217156@correo.uis.edu.co; juan2191040@correo.uis.edu.co

Resumen

Esta experiencia de aula surge de la necesidad de implementar nuevas estrategias de aula tras la emergencia sanitaria generada por el Covid; por ello, se busca identificar el nivel de apropiación de conocimientos de estudiantes de 2º de una I. E. de Bucaramanga, mediante una situación interdisciplinar que evalúa las competencias comunicativas, científicas y matemáticas. La metodología implementada para el análisis de la experiencia de aula es cualitativa, dentro del paradigma interpretativo de la investigación. En las principales conclusiones se identifica la necesidad de un trabajo interdisciplinar del conocimiento, pero también de profundización en conocimientos y aplicaciones propias de cada disciplina.

Palabras clave: competencias, diagnóstico, educación primaria, experiencia de aprendizaje, interdisciplinariedad.

Introducción

La presente experiencia de aula surge de la necesidad de identificar las competencias y aprendizajes, teniendo en cuenta que "implican un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que determinan la realización de una acción en un contexto determinado" (ICFES, 2021, p. 15), de los estudiantes de 2° de una Institución Pública de Bucaramanga en las áreas de Lengua Castellana, Matemáticas y Ciencias Naturales, antes de realizar la práctica educativa. Se resalta la importancia de implementar una prueba interdisciplinar no como un propósito sino como un medio que permita desarrollar procesos de aprendizaje (Lenoir, 2013) donde se integran las tres áreas a partir de actividades articuladas.

Metodología

El presente trabajo tiene un enfoque cualitativo dentro del paradigma interpretativo de investigación (Hernández-Sampieri et al., 2014), el cual analiza los resultados de un cuestionario diagnóstico para identificar los aprendizajes de los estudiantes y, posteriormente, proponer una secuencia didáctica adaptada a las condiciones y necesidades encontradas. En ese sentido, se desarrollan las fases de investigación: 1) observación de la población infantil, 2) diseño de cuestionario de preguntas abiertas para la identificación de los aprendizajes, 3) implementación de la experiencia interdisciplinar, 4) análisis de la información recolectada y 5) presentación de resultados (Hernández-Sampieri et al., 2014).

Resultados y conclusiones

Se identificaron dificultades, principalmente, en el área de Lengua Castellana, donde la mayoría de los estudiantes presentan falencias en su proceso lecto-escritor, lo cual afecta directamente el desarrollo de las actividades en las demás áreas. Por otro lado, se observó que todos los estudiantes asumen un rol científico que apunta a la descripción de fenómenos; finalmente, en el área de matemáticas, se determinó que la mayor dificultad está en el desarrollo del pensamiento espacial y la ubicación de objetos en el espacio. Ante lo anterior, surge como propósito la necesidad de fomentar el desarrollo de las competencias del estudiante en cada una de las áreas, para mejorar el proceso investigativo y científico desde la interdisciplinariedad. En la figura 1 se observan algunos registros fotográficos de la experiencia de aula.

Figura 1 *Experiencia de aula*

Referencias

Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. Editorial McGraw Hill.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2021). *Informe nacional de resultados del examen Saber 11° 2020 (vol. I)*. ICFES.

Lenoir, Y. (2013). Interdisciplinariedad en educación: una síntesis de sus especificidades y actualización. *Interdisciplina, 1*(1), 51-86.

Dificultades en el desarrollo del conocimiento intuitivo en la comprensión del concepto triángulo en el aula de clase

Daniela Marín; Gabriel Machado; René Londoño
Universidad de Antioquia, Colombia
daniela.marin5@udea.edu.co; gabriel.machado@udea.edu.co; rene.londono@udea.edu.co

Resumen

El presente trabajo es una propuesta en desarrollo que analiza posibles causas que dificultan el conocimiento intuitivo en la comprensión del concepto de triángulo. Para ello, se hace una revisión literaria; luego, se considera como ruta metodológica el enfoque cualitativo y el estudio de casos como los más adecuados para alcanzar el propósito del estudio. Se exploran diferentes definiciones de triángulo en textos enfocados en la enseñanza de las matemáticas. Se busca responder a la pregunta ¿cuáles son las posibles causas que dificultan el desarrollo del conocimiento intuitivo para la comprensión del concepto de triángulo en el aula de clase?

Palabras clave: comprensión, intuición, triángulo.

Introducción

En los grados décimo y tercero de la Institución educativa INEM José Félix de Restrepo, se aprecian algunas dificultades por parte de los estudiantes para tener una adecuada comprensión de los conceptos en relación con las experiencias previas que den cuenta del desarrollo de la intuición al momento de trabajar situaciones relacionadas con triángulos. Ahora bien, podríamos entender la intuición, desde las palabras de Domínguez (2015), como “un proceso de aprendizaje que hacen los seres humanos a través de sus experiencias senso-perceptuales” (p. 1). Estos procesos intuitivos enriquecen el aprendizaje racional y matemático por medio de las vivencias experimentales que se fortalecen al momento de practicar y conceptualizar las matemáticas en el aula y los espacios formativos. En cuanto a la comprensión, esta se considera según las ideas de Font (2007), como un proceso mental, en el que un objeto matemático se ha comprendido en la medida en que se han desarrollado una variedad de representaciones internas, junto con relaciones funcionales.

Metodología

Esta propuesta se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, en el que todo el proceso de investigación (construcción teórica, revisión de literatura, pregunta de investigación, objetivos, etc.) se estructura y organiza a la par con el proceso de práctica pedagógica. Durante este proceso de práctica, a través de la interacción con los estudiantes de los grados tercero y décimo, se logran diseñar estrategias de recolección de datos asertivas que identifican las dificultades planteadas en la pregunta de investigación y en el objetivo de este estudio. Para este trabajo, el método elegido fue el de estudio de casos de Stake (1999), ya que permite analizar, desde la pregunta de investigación, esas situaciones particulares en el contexto escolar, y permite la búsqueda de una muestra poblacional para estudiar un caso particular. Así las cosas, se eligieron dos casos (caso 1: estudiantes de tercero; caso 2: estudiantes del grado décimo), en los que se lleva a cabo la exploración y análisis en relación a la pregunta de investigación. Para la selección de casos, se usa el estudio intrínseco sugerido por Stake (1999) en el que menciona lo siguiente:

> Si es posible, debemos escoger casos que sean fáciles de abordar y donde nuestras indagaciones sean bien acogidas, quizá aquellos en los que se pueda identificar un posible informador y que cuenten con actores (las personas estudiadas) dispuestos a dar su opinión sobre determinados materiales. (p. 17)

Para hacer la recolección de datos, se organizan una serie de entrevistas que permiten observar esas particularidades del conocimiento intuitivo de cada uno de los estudiantes. La entrevista, como instrumento, permite un acercamiento a esas ideas conceptuales intuitivas de los estudiantes y un análisis más detallado de la forma de pensar que plasman los estudiantes cuando se expresan. La investigación se encuentra aún en proceso, por lo que no se tienen conclusiones todavía. En la figura 1 se puede observar un registro fotográfico de la práctica pedagógica en el grado tercero.

Figura 1 *Práctica pedagógica en el grado tercero*

Referencias

Domínguez, J. (2015). *La intuición como parte de la actividad científica.* Universidad Politécnica Territorial del estado Aragua.

Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas, *LA GACETA DE LA RSME,* 427-442.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos.* Editorial Morata.

Construcción de sólidos geométricos para la comprensión de algunas de sus propiedades

Juan David González Molina; Elicenia Lopera
Institución Educativa Santa Rita, Andes, Colombia
jdavidgonzalezm@gmail.com; elicenialopera@gmail.com

Resumen

Esta experiencia se encuentra, actualmente, en ejecución, con estudiantes del grado 5B de la Institución Educativa Santa Rita, del municipio de Andes, Antioquia. Se construyen sólidos geométricos previamente troquelados, para analizar algunas de sus propiedades (Godino y Ruiz, 2004) y comprender conceptos asociados a la geometría.

Palabras clave: educación matemática, geometría, propiedades, PTA, sólidos.

Introducción

La iniciativa surge por la necesidad de cambio de enfoque de la clase expositiva hacia una apoyada en las metodologías activas que favorezcan el pensamiento deductivo y el análisis de las propiedades invariantes de los sólidos (Godino y Ruiz, 2004). Es importante aclarar que una particularidad de la experiencia es que los estudiantes llevan sus apuntes de clase a manera de bitácora (Baro Cálciz, 2011).

Metodología

Las clases se desarrollan cooperativamente entre la docente y el tutor, de acuerdo con las directrices del PTA (MEN, 2022). Se consultan los conceptos a bordar (Godino y Ruiz, 2004) y se elaboran las preguntas orientadoras para favorecer el pensamiento deductivo de los estudiantes.

Resultados y conclusiones

Hasta la quinta clase, la mayoría de los estudiantes reconoce, en diferentes poliedros, sus vértices, aristas y caras. Algunos estudiantes concluyeron que hay poliedros en los que sus caras son iguales y otros en los que no; en este caso, aprendieron a utilizar el término congruente en lugar de igual. Al hablar de las propiedades comunes, dos estudiantes identificaron que a cada vértice llega el mismo número de aristas y que en los poliedros regulares también se da la situación de que todas las aristas tienen igual longitud debido a que las caras son congruentes. Además, concluyeron que el tetraedro no tiene caras paralelas entre sí. En la figura 1 se observan algunos registros fotográficos de la experiencia de aula.

Figura 1 *Experiencia de aula*

Referencias

Baro Cálciz, A. (2011). Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento. *Innovación y Experiencias Educativas,* (40), 1 – 11. https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/

Godino, J. y Ruiz. F. (2004). *Geometría para maestros.* Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2022). *Programa Todos a Aprender: Nota Técnica.* Ministerio de Educación Nacional.

Fortalecimiento del pensamiento espacial mediante la implementación de un proyecto de aula en la Institución Educativa Dámaso Zapata

Jairo Álvarez Rodríguez; Veiffy Sofía Moreno Bernal
Universidad Industrial de Santander, Colombia
jairo2191036@correo.uis.edu.co; veiffy.moreno@correo.uis.edu.co

Resumen

La experiencia presentada tiene como objetivo determinar de qué manera un proyecto interdisciplinar de aula puede fortalecer la comprensión de figuras planas y sólidos en los estudiantes de grado primero de la Institución Técnico Superior Dámaso Zapata (ITSDZ). Este estudio tiene enfoque cualitativo, el cual se enmarca dentro de la investigación-acción. Dicho trabajo surge en el marco de la práctica Observación, en la cual se evidenció la necesidad de crear una prueba diagnóstica que posibilite determinar las competencias con las que los estudiantes llegan a los salones de clase de grado primero, específicamente, en las áreas de matemáticas, lengua castellana y ciencias naturales.

Palabras clave: competencia matemática, educación matemática, pensamiento espacial, proyecto de aula.

Introducción

Con la llegada de la emergencia sanitaria causada por el Covid-19, los procesos de enseñanza y aprendizaje llevados a cabo en las instituciones educativas se vieron afectados de manera significativa (Unesco, 2020). A partir de una serie de observaciones realizadas en la ITSDZ, como parte de la práctica pedagógica, se notó una latente necesidad de intervenir mediante un proyecto de aula interdisciplinar enfocado en el fortalecimiento del pensamiento espacial y la comprensión de figuras planas y sólidos, debido a que las falencias que presentan los estudiantes respecto al pensamiento espacial, al iniciar su formación académica, deben ser solventadas a tiempo. Una vez identificado dicho problema, la experiencia de aula inicia con el acercamiento a los estudiantes del grado 1-08, a través de la aplicación de una prueba diagnóstica enfocada en la identificación de las competencias y habilidades básicas que poseen los estudiantes en matemáticas, lenguaje y ciencias naturales.

Metodología

Esta experiencia de aula tiene un enfoque cualitativo que, desde la perspectiva de Hernández, Fernández y Baptista (2010), "requiere de un profundo entendimiento del comportamiento humano y las razones que lo gobiernan" (p. 105). En este sentido, se considera el paradigma interpretativo debido al carácter cualitativo que lo caracteriza y que busca profundizar en la investigación con diseños abiertos y emergentes (Lorenzo, 2006). Este paradigma permite establecer una relación dialógica entre los practicantes y estudiantes. De acuerdo con lo anterior, desde el enfoque cualitativo de investigación acción participativa, Martí (2017) señala que este tipo de investigación se enmarca en las siguientes etapas: etapa de **pre-investigación** u observación en aula para la elaboración del proyecto; **primera etapa:** diagnóstico; **segunda etapa:** programación de actividades; **tercera etapa:** conclusiones y propuestas; **etapa post-investigación:** puesta en práctica y evaluación de nuevos síntomas.

Resultados y conclusiones

A partir de la aplicación de la prueba diagnóstica, se encontró que los estudiantes del grado 1-08 de la ITSDZ, presentan falencias en el desarrollo de competencias en cada una de las áreas básicas. Para el área de matemáticas, específicamente, los alumnos fueron evaluados en tres de los cinco tipos de pensamiento matemático referidos en los

Lineamientos Curriculares (MEN, 1998): pensamiento numérico y los sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas y pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Entre los resultados, se destaca que los estudiantes presentan dificultades no solo en estos tipos de pensamiento, sino también en la competencia matemática; por ejemplo, aún no logran desarrollar actividades que involucren nociones de lateralidad; de igual manera, presentan confusión al emplear operaciones básicas de conteo; también, se evidencia desconocimiento en conceptos y aplicación de ejercicios que involucran la simetría, los cuerpos geométricos y sistemas de medición no convencionales.

En cuanto a las áreas de ciencias naturales y lenguaje, el panorama es preocupante debido a la poca formación respecto a competencias científicas y comunicativas. Aunque se refiere a estudiantes de primero, es inquietante el nivel pre silábico en el que se encuentran y la poca motivación evidenciada al momento de participar en el aula. En este sentido, en el desarrollo de las actividades presentaron dificultades al enfrentarse a las situaciones planteadas por los practicantes. Sin embargo, se pudo evidenciar que los estudiantes logran relacionar conceptos de diferentes áreas inmersas en el taller diagnóstico, por lo que se puede concluir que trabajar de manera interdisciplinar favorece al aprendizaje de los alumnos; así mismo, este tipo de diagnóstico permite tener una mirada más amplia del contexto. En la figura 1 se observan algunos registros fotográficos de la experiencia de aula.

Figura 1 *Experiencia de aula*

Referencias

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación.* Interamericana Editores, S.A. DE C.V.

Lorenzo, C. R. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação, 31*(1), 11-22.

Martí, J. (2017). *La investigación-acción participativa: estructura y fases.* Universidad Complutense de Madrid.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares.* Editorial Magisterio.

Unesco, C. (2020). La educación en tiempos de la pandemia de COVID-19. *Revista Latinoamericana de Educación Comparada: RELEC, 11*(18), 250-270.

El diagnóstico de competencias matemáticas a partir de la película "Encanto" en estudiantes de cuarto de primaria

María Fernanda Mejía Barajas; Gresly Yarhit Moreno Jaimes
Universidad Industrial de Santander, Colombia
maria2191029@corre.uis.edu.co; gresly2191028@correo.uis.edu.co

Resumen

Este proyecto surge de la necesidad de fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes que, debido a la pandemia, se encuentran desfasados con el nivel educativo actual. Por ello, se busca proponer una estrategia pedagógica que privilegie el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes de cuarto de primaria. Se inició con la planeación de una prueba para el área de matemáticas, donde se aborda un taller que tiene como eje articulador la película *Encanto.* Este cuenta con cuatro actividades, cada una enfocada en una competencia. Finalmente, se analizan los resultados para llegar a identificar el nivel en el que se ubican cada uno de los estudiantes.

Palabras clave: básica primaria, competencias matemáticas, diagnóstico, experiencia de aula.

Introducción

La prueba se realiza dentro de un proyecto de investigación con el fin de proponer una estrategia pedagógica que fortalezca las competencias matemáticas en estudiantes del grado cuarto de básica primaria. Principalmente, se busca centrar la experiencia de aula en un abordaje metodológico diferente al tradicional, es decir, centrado en un aprendizaje dinámico y motivacional para los estudiantes. Por ello, se utiliza la película *Encanto*, la cual está basada en Colombia y genera un gusto y curiosidad en los estudiantes de primaria. Además, esta película presenta diferentes situaciones que se prestan para la resolución de problemas.

La investigación tiene como eje central la asignatura de matemáticas; no obstante, dentro del diagnóstico planteado se pretende trabajar transversalmente con el área de Lengua Castellana y de Ciencias Naturales para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Metodología

La metodología se enmarca en el paradigma cualitativo con enfoque en la Investigación Acción (McKernan, 1999). Este enfoque busca resolver problemas sociales con miras hacia la mejora. Por ello, inicialmente, se plantea un diagnóstico de los estudiantes, el cual corresponde al primer objetivo de la investigación que busca identificar las dificultades respecto a las tres competencias matemáticas: interpretación y representación, formulación y ejecución, y argumentación. El diagnóstico se desarrolla en una población de estudiantes de cuarto grado de primaria en una institución de carácter público de Bucaramanga. Para la ejecución de esta primera fase investigativa se realiza: 1) observación no participante, 2) diseño del taller diagnóstico, 3) implementación del taller diagnóstico y 4) análisis de los resultados.

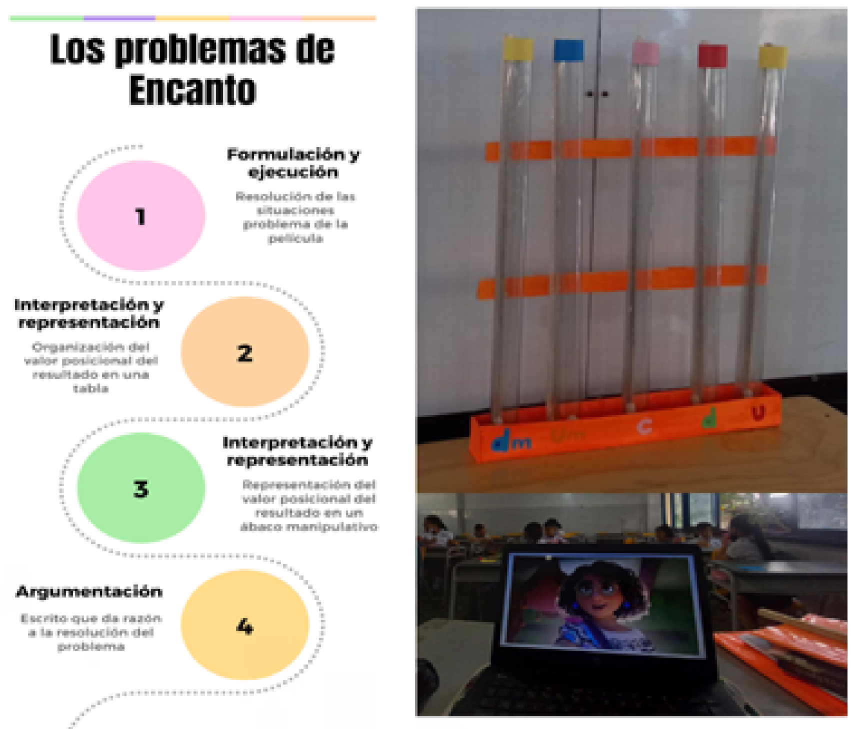
Resultados y conclusiones

Los resultados de la prueba de matemáticas demuestran el desarrollo de competencias matemáticas en diferentes niveles. Los estudiantes mantienen sus fortalezas en la competencia de interpretación y representación; esta competencia es muy relevante a la hora de extraer y sintetizar información. No obstante, es necesario llevar las representaciones a un nivel más avanzado, como gráficas, tablas, diagramas o esquemas, donde los estudiantes no solo deban representar los resultados, sino establecer tendencias y patrones (ICFES, 2019).

En cuanto a las dificultades, las pruebas arrojan que los estudiantes tienen mayor conflicto con la competencia argumentativa. Esto complementa el problema planteado, inicialmente, en el que el estudiantado tenía dificultades en la ejecución de ejercicios matemáticos, principalmente de carácter multiplicativo. Este problema ha sido identificado por el Ministerio de Educación del Perú (2005) en el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) desde el año 2001; en este último se describen los bajos desempeños de la resolución de problemas en los estudiantes de primaria. Específicamente, las pruebas hacen énfasis en las dificultades para expresar matemáticamente las soluciones de los problemas y justificarlas con argumentos válidos.

Durante esta etapa escolar se debe fortalecer este tipo de competencias, pues, según Piaget (1991), la mayor adquisición de conocimientos concretos va desde los 7 a los 12 años. Es decir, durante la primaria se debe fomentar el desarrollo mental de los estudiantes para aprovechar al máximo la capacidad de recepción que tiene el cerebro. Teniendo en cuenta el proyecto de aula y los resultados del área de matemáticas, se propone como estrategia general el aprendizaje cooperativo (Johnson et al., 1999) y como estrategia específica la resolución de problemas (Polya, 1945). Estas estrategias se desarrollarán mediante una secuencia didáctica de nueve semanas, que, además, intensifica el uso de recursos didácticos. En la figura 1 se observan algunos registros fotográficos de la experiencia de aula.

Figura 1 *Experiencia de aula*



Referencias

ICFES. (2019). *Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.* ICFES. Recuperado en 2022, de https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1500084/Marco+de+referencia++matematicas+saber-11.pdf/4ac33900-99c8-cab5-2143-180405ff6647

Johnson, D.W., Johnson, R.T. y Holubec, E.J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula.* Paidós.

McKernan, J. (1999). *Investigación-acción y currículum: métodos y recursos para profesionales reflexivos.* Ediciones Morata.

Ministerio de Educación (2005). *Propuesta pedagógica Matemática para la Vida.* Ministerio de Educación de Perú.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de Psicología.* Editorial Labor.

Polya, G. (1945). *How to salve it.* Princeton University Press.

Avances: la práctica reflexiva, una estrategia para el desarrollo profesional del docente de matemáticas

Diego Alejandro Riveros Prieto; Zully Tatiana Monroy Mariño; Paola Alejandra Balda Álvarez
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
dariverosp@upn.edu.co; ztmonroym@upn.edu.co; pbaldaa@upedagógica.edu.co

Resumen

Se presentan los avances del trabajo para optar al título de Magíster en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. La experiencia tiene por objeto analizar la práctica reflexiva como una herramienta para generar desarrollo profesional en el docente. El problema surge de tres detonantes: la experiencia en formación, el énfasis de la maestría y la labor docente. Para la construcción de la problemática se crean narrativas de los autores durante la licenciatura. La metodología es una estrategia de reflexión para encontrar relaciones entre práctica reflexiva y desarrollo profesional del docente de matemáticas.

Palabras clave: desarrollo profesional, experiencias, matemáticas, práctica reflexiva.

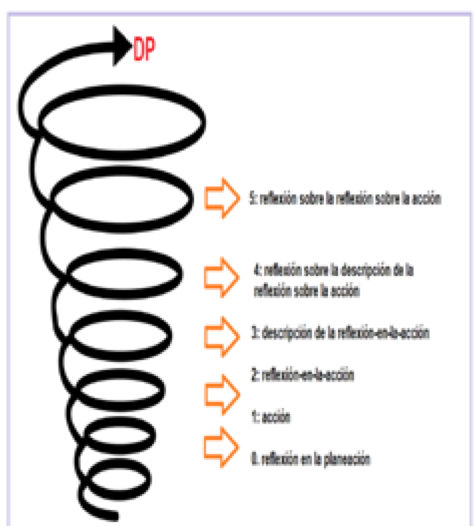
Introducción

Se sabe que la reflexión es un proceso ocasional, sin embargo, la práctica reflexiva para las investigaciones es diferente a una reflexión ocasional; por lo tanto, se tiene que, en su investigación, Ajinovich y Capelleti (2018) definen la práctica reflexiva como un proceso continuo y sistemático que requiere de dispositivos que contribuyan al diálogo e interacción con otros. Además de lo ya propuesto, también amplían, en su investigación, la definición de la práctica reflexiva a través del estudio de antecedentes; por consiguiente, Ajinovich y Capelleti (2018) amplían su definición indicando que la práctica reflexiva se vincula con las ideas de autoevaluación, indagación y exploración crítica de la práctica docente en relación con algunos referentes teóricos. Dicha definición trata de involucrar la experiencia del docente en su práctica y analizar críticamente en tanto se aleja o se acerca de los hechos previstos y los logrados.

Metodología

La metodología surge desde el mismo planteamiento del problema en el cual se narraron las experiencias vividas en el proceso de formación como futuros educadores matemáticos y se analizaron considerando la densidad de las palabras y estableciendo códigos que permitieran caracterizar dicho ejercicio reflexivo. En la actualidad, la investigación se encuentra realizando un ejercicio metodológico, en forma de espiral (ver figura 1), que incluye al menos cuatro momentos: la reflexión antes de la clase, la reflexión en la acción, la reflexión de la acción y la coflexión (entendida por lo autores como un ejercicio reflexivo entre pares). Estos momentos se analizarán a través de relatos en la búsqueda por establecer las relaciones entre práctica reflexiva y las características que configuran el desarrollo profesional. Dichas características se toman de lo propuesto por Robalino (s. f.): permanente, pertinente, planificado y con estrategias diversas.

Figura 1 *Fases de la investigación*

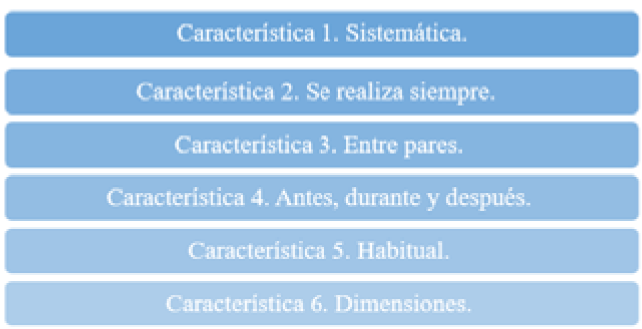


Resultados y conclusiones

Teniendo en cuenta que es un trabajo en desarrollo, aún no hay conclusiones definitivas. Sin embargo, los análisis parciales dan cuenta que:

- En nuestra formación inicial como docentes, se realizó un ejercicio reflexivo que, si bien es cierto era sistemático y obedecía a diversos momentos del ejercicio docente, no se constituía en sí como una práctica reflexiva.
- Una práctica reflexiva obedece a las características que se mencionan en la figura 2.

Figura 2 *Características de una práctica reflexiva*



Referencias

Anijovich, R. y Capelletti, G. (2018). La práctica reflexiva en los docentes en servicio: posibilidades y limitaciones. *Espacios en Blanco. Revista de Educación (Serie Indagaciones), 28,* 75-90.

Robalino, M. (s. f.). *Formación y desarrollo profesional docente condición necesaria para las escuelas que aprenden.* [Diapositiva PowerPoint]. Líderes compartir. https://santillanacompartir.com.co/

Naturaleza de dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas: número entero, en estudiantes de grado octavo de educación básica secundaria

Diego Alejandro Cruz Echeverri; Edison Sucerquia Vega
UMECIT, Panamá; Universidad de Antioquia, Colombia
profedace2009@hotmail.com; edison.sucerquia@udea.edu.co

Resumen

Este estudio considera el término “dificultades de aprendizaje” como unidad compleja de análisis ya que pueden ser diferentes factores los que inciden en su manifestación. Con el propósito de comprender su naturaleza, se retoman investigaciones relacionadas con el aprendizaje y algunas de sus facultades de acuerdo con Claxton (2001) y Schunk (2012), el conocimiento matemático, dificultades de aprendizaje

en matemáticas y evaluación. Esta investigación cualitativa emplea la teoría fundamentada (Strauss y Corbin, 2016) para la recolección de datos, el análisis y la construcción de teoría a partir de los mismos, con el apoyo del software Atlas.ti; se desarrolla en el campo de la educación matemática para realizar aportes en la comprensión de las dificultades que presentan los estudiantes respecto al aprendizaje del número entero.

Palabras clave: aprender, dificultad de aprendizaje, número entero, teoría fundamentada.

Introducción

Son diversos los estudios e investigaciones que se han realizado acerca de las dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas, siendo posible citar, entre algunos otros, a Duval y Sáenz-Ludlow (2016), Hudson (2017), Inostroza-Inostroza (2018), Palencia (2019) y Romero (2004); varios de estos autores se refieren a dificultades pero se hace necesario pensar en su identificación y clasificación; estas situaciones conducen a considerar el sentido e implicaciones que tienen, desde la posibilidad de identificar y comprender su naturaleza, en la búsqueda de establecer una categorización de las mismas.

Ahora bien, no es posible desconocer las dificultades que a lo largo de la historia se han presentado en el aprendizaje de las matemáticas, situación que no es ajena a la realidad. Desde la experiencia como estudiante, se tuvo la posibilidad de conocer casos de personas que presentaban dificultades para el aprendizaje de las matemáticas, puesto que así lo asumían ellos mismos, aun teniendo claro que son necesarias e importantes en diversos contextos y situaciones de la vida, y las razones de ello podrían ser diversas. Por otro lado, ahora como docente de matemáticas, es frecuente encontrar casos de estudiantes que, por más que se esfuerzan y lo intentan, continúan presentando manifestaciones de posibles dificultades en su aprendizaje.

Metodología

Al partir de la necesidad de identificar la naturaleza de las dificultades asociadas al aprendizaje del número entero, que conlleve a una categorización de ellas como propósito fundamental de este estudio, se considera pertinente abordarlo desde un enfoque cualitativo, ya que centra su interés en identificar y reconocer cuáles son las cualidades, características, acciones o comportamientos que conducen a concluir la presencia de una dificultad de aprendizaje; ello a través de la observación, descripción e interacción, pues como lo señala Minayo (2010), comprender e interpretar se convierten en los principales verbos de la investigación cualitativa, siendo importante mencionar que, desde la perspectiva de Hernández, Fernández y Baptista (2010), se asume que “la investigación cualitativa se enfoca a comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto” (p. 364). Se utiliza la Teoría fundamentada (Strauss y Corbin, 2016), buscando que la teoría emerja a partir de los datos y el tratamiento de los mismos (procesos de codificación abierta, axial y selectiva) con la mediación de Atlas.ti.

Resultados y conclusiones

A partir del tratamiento de datos planteado por la teoría fundamentada (Strauss y Corbin, 2016), se han diseñado instrumentos que permitan la interacción de los participantes en situaciones que implican los conocimientos y procesos asociados al número entero, con el propósito de identificar y analizar la naturaleza de posibles dificultades de aprendizaje asociadas a dicho conocimiento.

Es importante anotar que fue necesaria la implementación de entrevistas semiestructuradas para ampliar la mirada de otros datos que permitieran identificar posibles dificultades en torno al aprendizaje del número entero, posiblemente, desde lo cognitivo y los recursos para el aprendizaje enunciados por Claxton (2001), partiendo de las respuestas iniciales aportadas por los participantes, las cuales se retoman como datos para su análisis y tratamiento. La codificación de los datos (abierta, axial, selectiva) permitió el reconocimiento de diferentes categorías, por ejemplo:

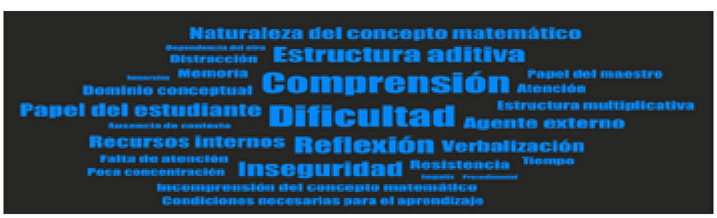
Uso de signos (estructura aditiva y multiplicativa). Se identifica el conflicto que genera el uso de los signos más y menos en el desarrollo de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división) cuando, por ejemplo, en lugar de sumar se resta o al contrario; esto se observa en casos como: *"por lo malo, me ha ido un poquito así con los números enteros, que al sumarlos, que al restarlos y que saber cuál es el menor y cuál es el mayor, esa es la dificultad que tengo"; "es que yo me troco mucho con eso, todos nos trocamos con los signos"; "porque se nos olvida y nos trocamos. A veces hay tantos, tantos signos que uno dice, entonces este de cuál es y este de cuál es, si me entiendes, entonces hay dificultades en eso".*

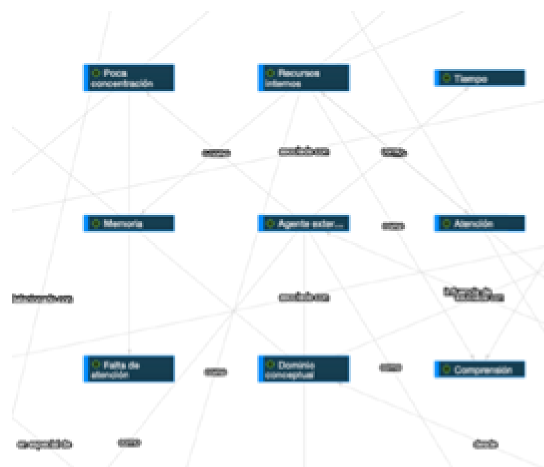
Incomprensión del concepto. Asociación del número entero con pérdidas y ganancias, sin posibilidad de evidenciar mayor apropiación del concepto matemático; manifestación de dudas en la verbalización y presencia de silencios por momentos; se reconoce en casos como: *"no, no sé qué decir"; "pues… yo diría que, para muchas cosas, pero esas muchas cosas no las sabría decir"; "a ver, como ya estamos con otra cosa, entonces a ver yo me acuerdo porque… o sea, número entero no es que más o menos, algo así, entonces a veces también depende del clima, las horas que uno, o sea que maneja en el automóvil, no sé qué más, kilos de café, eso mis familias emplean eso en los kilos de café o algo así".*

Otras categorías que hacen parte del estudio se enuncian a continuación, cuyo desarrollo se encuentra dentro de la tesis: **falta de atención, presión (tiempo), resistencia, memoria, papel del maestro** (ver figura 1).

En este orden de ideas, se concluye la existencia de múltiples condiciones que inciden en la presencia de una posible dificultad de aprendizaje respecto al número entero, condiciones que, generalmente, no son percibidas por maestros e, incluso, por los mismos estudiantes. Es preciso actuar ante la identificación de tales dificultades, hecho que dependerá del motivo o motivos que las generan, puesto que podrían definirse, en términos generales, como condiciones internas o externas de quien aprende y que atienden, de manera simultánea, a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Figura 1 *Nube de palabras y esquema de Atlas.ti*





Referencias

Claxton, G. (2001). *Aprender. El reto del aprendizaje continuo.* Editorial Paidós.

Duval, R. y Sáenz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación (5ta. ed.)*. Mc Graw Hill.

Hudson, D. (2017). *Dificultades específicas de aprendizaje y otros trastornos.* Narcea.

Inostroza-Inostroza, F. A. (2018). Creencias pedagógicas respecto de las dificultades específicas del aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de las educadoras diferenciales en una escuela pública de Chile. *Revista Electrónica Educare*, 265-286.

Minayo, M. C. (2010). Los conceptos estructurantes de la investigación cualitativa. *Salud colectiva*, 251-261.

Palencia M, G. E. (2019). *Estudio sobre referentes conceptuales en prácticas evaluativas que posicionan a estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemática.* Universidad Pedagógica Nacional.

Romero Pérez, J. F. (2004). *Dificultades en el Aprendizaje: Unificación de Criterios Diagnósticos.* Junta de Andalucía.

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa.* Pearson.

Strauss, A. y Corbin, J. (2016). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada.* Universidad de Antioquia.

TALLERES

Atlas.ti en la Investigación Cualitativa

Juan David Sánchez Sánchez
Universidad de Antioquia, Colombia
juan.sanchezs@udea.edu.co

Resumen

El siguiente documento presenta un taller denominado *Atlas.ti en la Investigación Cualitativa.* Este taller tiene como objetivo identificar algunas herramientas digitales que pueden facilitar el desarrollo de una investigación. La metodología planteada busca que los maestros interaccionen con el software y, a través de un proceso de codificación abierta e in-vivo, exploren las herramientas digitales que pueden conducir a una codificación axial. En definitiva, el uso del software Atlas.ti apoya la investigación cualitativa, debido a que, por medio de las herramientas de sistematización y análisis de datos, aunado a un proceso de codificación, el investigador puede desarrollar un panorama vasto del objeto en estudio.

Palabras clave: Atlas.ti, codificación, cualitativa, investigación, teoría fundamentada.

Introducción

En el marco del II Encuentro de Educación Matemática: *diálogos, formación de maestros y prospectivas,* realizado por el grupo de investigación EDUMATH (Educación Matemática e Historia), se presenta a la comunidad un taller que tiene como objetivo identificar algunas herramientas digitales del software Atlas.ti, versión 22, que pueden facilitar el desarrollo de una investigación cualitativa; de allí que el nombre del taller es *Atlas.ti en la Investigación Cualitativa.*

Este espacio para la formación de maestros no emerge del planteamiento de una pregunta de investigación, más bien, parte de la idea de fortalecer los procesos de investigación cualitativa por medio del uso de los recursos que facilitan las tecnologías digitales. En este sentido, discutir y usar el software Atlas.ti 22 para realizar investigación cualitativa remite necesariamente a la Teoría Fundamentada (TF); en palabras de San Martín (2014):

> Atlas.ti el principal soporte informático para desarrollar TF, este programa fue diseñado a finales de los ochenta por el alemán Thomas Murh, quien recurriendo a la tecnología hizo un intento por aplicar los planteamientos metodológicos de Glaser y Strauss. Este software permite expresar el sentido circular del análisis cualitativo, por cuanto otorga la posibilidad de incorporar secuencialmente los datos, sin la necesidad de recoger todo el material en un mismo tiempo. (p. 114)

Asimismo, teniendo en cuenta uno de los principales procedimientos que plantea la Teoría Fundamentada para la construcción de una teoría, la codificación teórica (San Martín, 2014), el taller se enfoca en dos de sus procesos fundamentales: la codificación abierta y la axial. En particular, el taller relaciona el procedimiento de la codificación abierta e in-vivo con el ejercicio de abordar el texto, de manera minuciosa, para descubrir las ideas y los significados contenidos en él (Strauss y Corbin, 2002). Además, por medio de algunas herramientas digitales del software, se busca que los asistentes encuentren relaciones entre algunos de los códigos generados de la lectura; esta circunstancia puede aproximar a los asistentes a lo que es una codificación axial.

Metodología

El taller de Atlas.ti 22 en la investigación cualitativa busca que los asistentes identifiquen algunas herramientas digitales del software Atlas.ti. 22 que pueden facilitar el desarrollo de una investigación cualitativa. En este sentido, se presenta, inicialmente, una contextualización histórica de la Teoría Fundamentada propuesta por Barney Glaser y Anselm Strauss en la década de los 60, ya que el software fundamenta algunas de sus herramientas de sistematización y análisis, en dicha teoría.

Adicionalmente, se busca que los asistentes interaccionen de manera directa con el software; en relación con esto, se presenta un instructivo[9] para que los asistentes descarguen el demo de prueba del programa y puedan realizar, de manera sincrónica, los ejercicios planteados. De hecho, teniendo en cuenta el proceso de codificación abierta, necesario para la organización y clasificación de los datos (Strauss y Corbin, 2002), se plantea a los asistentes desarrollar procesos de codificación abierta e in-vivo, usando el menú *Buscar & Codificar* que le permite al usuario del programa hacer búsquedas y codificaciones avanzadas, por medio del uso de sinónimos y formatos condicionales.

Por otro lado, se emula el ejercicio de codificación abierta en un texto de acceso libre[10]; este ejercicio permite la elaboración de nubes de palabras, redes de códigos, tablas de coocurrencias y diagramas de Sankey, con los cuales se pretende acercar a los talleristas al uso de estas herramientas digitales para generar codificación axial.

Análisis o discusión

El uso de software en los procesos de investigación cualitativa, en este caso del Atlas.ti 22, puede generar algunas desconfianzas en los investigadores, ya que, dependiendo de la interpretación de quien desarrolle la pesquisa, se pueden fragmentar los datos en el proceso de categorización; además, las múltiples herramientas que posibilitan la cuantificación y descripción de los datos pueden conducir a relacionar el uso del software con el paradigma positivista de la investigación cuantitativa.

No obstante, el uso del software Atlas.ti 22 apoya a la investigación cualitativa, debido a que, por medio de sus múltiples recursos, el proceso de análisis permite una lectura intertextual de diferentes autores; así mismo, posibilita que la interpretación de los datos se fundamente en la información recabada. Por otro lado, es importante resaltar que las herramientas del programa asisten al investigador en la búsqueda de relaciones y en la combinación de información.

Conclusiones

El software Atlas.ti 22 facilita recursos digitales que permiten la construcción de redes de códigos, nubes de palabras, memos, comentarios al pie de página, tablas de coocurrencias, diagramas de Sankey y elementos para una codificación rápida, abierta e in-vivo, que facilitan la ejecución de una metodología que se fundamenta en un enfoque cualitativo. Asimismo, una de las ventajas de usar el software Atlas.ti 22 para hacer investigación cualitativa, radica en que facilita el manejo, sistematización, organización y combinación de gran cantidad de datos.

Referencias

San Martín, D. (2014). Teoría fundamentada y Atlas.ti: recursos metodológicos para la investigación educativa. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 16*(1), 104-122. Recuperado de http://redie.uabc.mx/vol16no1/contenido-sanmartin.html

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada.* Editorial Universidad de Antioquia.

9. Tutorial disponible en:
https://drive.google.com/file/d/1nB6tchMrxHLoozeL1oFhtV2hiSv6toW5/view?usp=sharing

10. Texto disponible en:
https://theconversation.com/online-learning-has-changed-the-way-students-work-we-need-to-change-definitions-of-cheating-too-163001

Procesos de razonamiento infinito en la generación de curvas

Carlos Mario Pulgarín Pulgarín
Universidad de Antioquia, Colombia
carlosm.pulgarin@udea.edu.co

Resumen

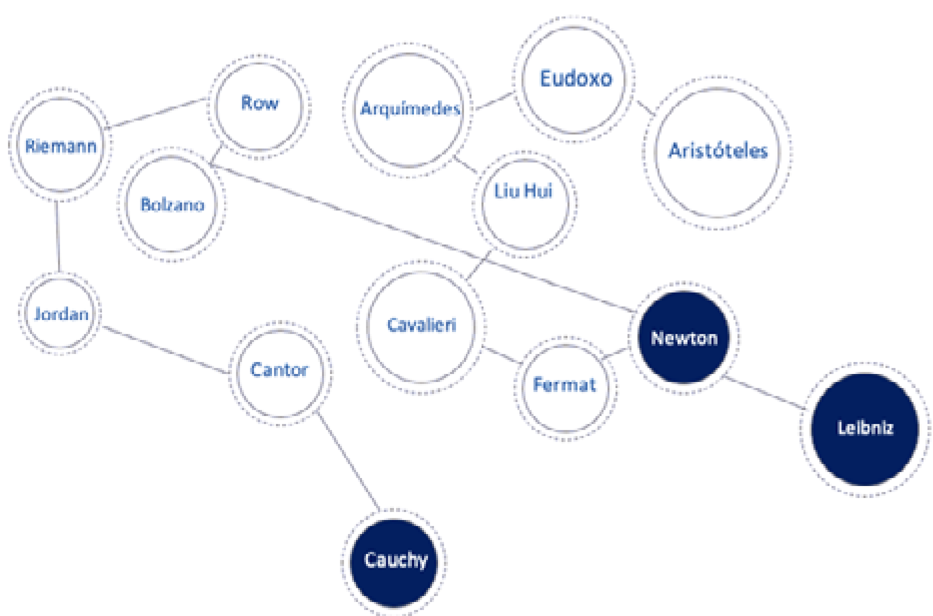
El concepto de curva suscita un interés particular en la Educación Matemática dado que en este convergen otros conceptos trascendentales como son la derivada y la integral. Por tal motivo, en este taller se realizará la construcción de diversas curvas a partir del pliegue de superficies planas, a la vez que se contrastarán con las generadas por medio del software de matemáticas dinámicas GeoGebra. De este modo, se analizarán los procesos de razonamiento infinitos involucrados en las transiciones entre discreto y continuo con base en la estructura de un TEM (teaching experiment methodology) y se discutirá la formalización del concepto de curva.

Palabras clave: curvas, infinito, razonamiento, TEM

Introducción

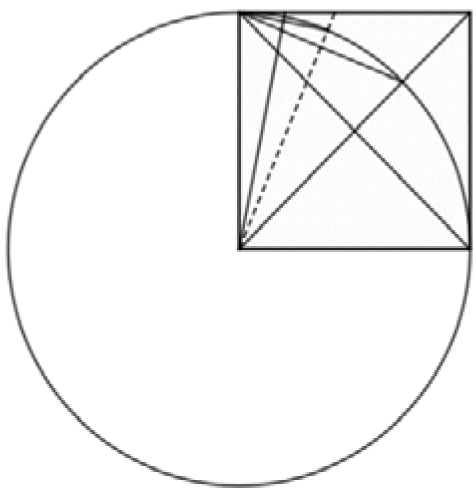
Este taller es resultado de los avances en el proceso de investigación doctoral relacionado con el estudio de curvas a partir de transiciones entre lo discreto y lo continuo en el marco de la teoría de Pirie y Kieren -PK- (Meel, 2003), llevado a cabo en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. El taller pretende que los asistentes analicen los procesos de razonamiento infinito que intervienen en la generación de curvas, para lo cual, se considera como punto de partida la génesis del concepto de curva (figura 1) y se delimita el rango de estudio a las curvas en el plano.

Figura 1 *Génesis del concepto de curva*



Después de hacer un recorrido cronológico por algunos matemáticos y hechos relevantes sobre el concepto de curva, se propone aproximar la longitud de arco de una circunferencia a partir de polígonos regulares (figura 2) a través de la construcción de Row (1966) con plegado de superficies de papel y, de manera alternativa, con el uso de regla y compás, generalizándolo, a su vez, por medio del asistente geométrico Geogebra. De esta manera, se obtienen resultados que permiten discutir el paso de lo discreto a lo continuo, haciendo necesario discutir la noción de continuidad, puesto que se vincula el cálculo finito basado en el concepto de límite tanto como el infinitesimal.

Figura 2 *Aproximación de un arco de curva a partir de polígonos regulares*



Núñez (1998) plantea que "las poligonales inscritas o circunscritas a las curvas, que por la multiplicación infinita de sus lados se confunden finalmente con ellas, han sido siempre tomadas como las curvas mismas" (p. 16). En la figura 3 se muestran algunas medidas de polígonos regulares en función del radio de la circunferencia circunscrita.

Figura 3 *Ciertas medidas de polígonos regulares en función del radio de la circunferencia circunscrita*

Polígono de 4 lados	Polígono de 8 lados	Polígono de 16 lados
Lado: $R\sqrt{2}$	Lado: $R\sqrt{2-\sqrt{2}}$	Lado: $R\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
Perímetro: $R.2^2\sqrt{2}$	Perímetro: $R.2^3\sqrt{2-\sqrt{2}}$	Perímetro: $R.2^4\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
Apotema: $R\frac{\sqrt{2}}{2}$	Apotema: $R\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	Apotema: $R\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$
Área: $R^2.2$	Área: $R^2.2\sqrt{2}$	Área: $R^2.2^2\sqrt{2-\sqrt{2}}$

La generalización de las anteriores expresiones, a partir de radicales jerarquizados, permite, incluso, aproximar el valor de π haciendo uso de límites.

$$\left\{\sqrt{2}\ ,\sqrt{2-\sqrt{2}}\ ,\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\ \ ,\dots\right\}$$

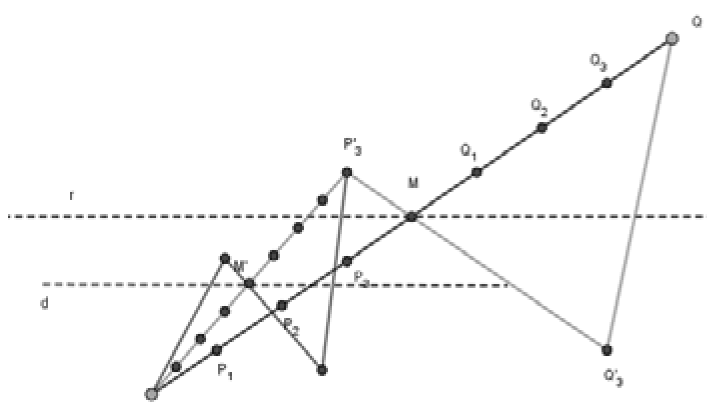
$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}$$

$$2^k\left(\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}\right)$$

$$\pi=\lim_{k\to\infty}2^k\left(\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}\right)$$

Posteriormente, se elabora la construcción de Bolzano (1851) de una función continua que no es derivable en ninguno de sus puntos (figura 4) y se discuten algunos aspectos de su construcción, dejando en evidencia la importancia del estudio de las curvas y su relación con los procesos de razonamiento infinito en la educación matemática en todos los niveles de escolaridad.

Figura 4 *Función continua que no es derivable (Bolzano, 1851)*



Por último, se elaboran ciertas "curvas" en el plano y se discuten apreciaciones de matemáticos tales como Newton, Leibniz y Cauchy en lo concerniente con el concepto de curva, dejando, a su vez, el interrogante entre los asistentes en lo referido a: si los conceptos de derivada e integral subyacen al de curva.

Metodología

Son diversas las investigaciones que abordan el infinito y la manera como este incide en la comprensión de otros conceptos matemáticos, tal es el caso de Sánchez-Matamoros et al. (2008), quienes hacen alusión a una serie de resultados de investigaciones en torno a la comprensión del concepto de derivada e integral (p. 268). No obstante, aunque parece necesario propiciar situaciones que permitan identificar dificultades, también puede resultar pertinente establecer procesos de comprensión de estos conceptos en los participantes. En este sentido, en el taller se plantea la metodología a considerar en el proceso de comprensión del concepto de curva con el fin de validar la conjetura de que dicho concepto subyace a los conceptos de derivada e integral en un contexto geométrico. Para ello, se utiliza una metodología apoyada en un paradigma cualitativo en el cual se analiza el objeto de estudio (comprensión) y el objeto matemático (curvas en el plano) a partir de elementos tales como representaciones gráficas, expresiones algebraicas, procedimientos, argumentación, entre otros, analizando las relaciones que establecen los participantes al abordar dichos conceptos y la manera como intervienen los procesos de razonamiento infinito en su comprensión, en el marco de la teoría de Pirie y Kieren -PK- y usando la metodología TEM (Steffe y Thomson, 2000).

Análisis o discusión

Para establecer si la comprensión del concepto de derivada e integral subyacen al concepto de curva, se debe mencionar que, desde el punto de vista histórico y epistemológico, se deja en evidencia la importancia del concepto al momento de entrar en discusión sobre la noción de derivada e integral. Esto, en gran medida, se debe tanto a que la derivada como la integral se fundamentan desde el concepto de curva, en sí misma, y, como las respuestas de los estudiantes en los instrumentos lo validan, se entra en conflictos y contradicciones, incluso, cuando no se reconoce si una función es una curva o si la generación de una curva implica movimiento. Estas consideraciones en el cálculo, con base en los resultados obtenidos, dan cuenta de que se debe destacar y replantear el concepto antes de formalizar otros que dependen de este para su definición y formalización.

Conclusiones

La experiencia en el aula (virtual o presencial) se constituye en un escenario académico en el cual emergen un sinnúmero de aspectos relacionados con la comprensión de conceptos; para el caso del concepto de curva, se pudo observar que este espacio sustenta la necesidad de una fina discusión y formalización de la tríada: discreto, continuo e infinito, con base en los fundamentos históricos y epistemológicos del concepto de curva. Resulta pertinente el diseño de un TEM que, articulado a la teoría PK, consolida resultados conducentes a determinar cómo es el proceso de comprensión de los participantes cuando enfrentan procesos de razonamiento infinito en relación con el concepto de curva, en el contexto del cálculo.

Referencias

Bolzano, B. (1851). *Paradoxien des Unendlichen. Leipzig.* https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400242/Bolzano_14-1851-1_5.pdf

Meel, D. (2003). Models and theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie and Kieren's Model of the Growth of Mathematical Understanding and APOE theory. *CBMS Issues in Mthematics Education, 12,* 132-181.

Nuñez, R. (1998). *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas.* Servicios editoriales de la Facultad de Ciencias UNAM, Colección MATHEMA.

Row, S. (1966). *Geometric Exercises in Paper Folding.* Dover.

Sánchez-Matamoros, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa 11*(2), 267-296. https://www.redalyc.org/pdf/335/33511205.pdf

Steffe, L. y Thomson, P. (2000). Teaching Experiment Methodology: Underlying Principles and Essential Elements. In R. Lesh y A. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (267- 307). Erlbaum.

Newton y Leibniz, un acercamiento a sus construcciones sobre el concepto derivada

América María Cardona Arias; Zaida Margot Santa Ramírez
Universidad de Antioquia
america.cardona@udea.edu.co; zaida.santa@udea.edu.co

Resumen

El presente taller muestra las diferentes tareas de formación que emergieron del diseño metodológico desarrollado en la investigación, enmarcada en el programa de Maestría en Educación, de la Universidad de Antioquia, la cual buscaba analizar la comprensión del concepto de derivada en un grupo de maestros en formación a partir de las construcciones de Newton y de Leibniz. Se realizó un estudio cualitativo, en donde las tareas de formación estuvieron fundamentadas en el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión (EpC)[11] y fueron implementadas a través de herramientas digitales.

Palabras clave: comprensión, derivada, Leibniz, Newton, tareas de formación.

Introducción

La investigación surge de reflexiones que giran en torno al papel determinante del maestro en la comprensión de los estudiantes y en la necesidad de incorporar estrategias de enseñanza que fortalezcan los procesos en la práctica pedagógica (Lombardi y Abrile, 2015). Particularmente, Chaves y Salazar (2003) refieren que los maestros de matemáticas han ampliado su interés por investigar la naturaleza de este saber y por implementar metodologías propicias para su enseñanza, con el objetivo de contribuir a la comprensión de los estudiantes. En este sentido, se ha mencionado la importancia de incorporar la historia en los procesos de formación de maestros pues, a partir de esta, se pone en evidencia la dimensión humana de esta ciencia y se logra establecer la relación existente entre los conceptos, su proceso de construcción y las dinámicas sociales presentes en el mismo, generando motivación y contribuyendo al aprendizaje de las matemáticas (Brush, 1991; De Guzmán, 2001; Romero, 2013).

Estas reflexiones también se aplican a la enseñanza del cálculo infinitesimal, puesto que, como lo refieren Moreno (2014) y Muñoz y Román (1999), el aspecto histórico del cálculo infinitesimal es muy amplio e interesante, ya que encierra diferentes situaciones sociohistóricas presentes en los desarrollos matemáticos de Newton y de Leibniz, las cuales generaron, en su época, controversias y fundamentaron esta rama de las matemáticas. El cálculo infinitesimal es una herramienta fundamental en la educación matemática; particularmente, dentro de este saber, se encuentra el concepto de derivada, relacionado con fenómenos propios del movimiento, tasas de cambio, velocidades, optimización, entre otros conceptos que se encuentran presentes en diversos campos de la ciencia (Sahín et al., 2015). La relevancia de la derivada pone en evidencia la necesidad de brindar al estudiante un acercamiento intuitivo al concepto para, posteriormente, lograr un tratamiento riguroso y matemático, lo cual puede conseguirse por medio del estudio del contexto histórico (Ponce, 2015; Ramírez; 2009). Sin embargo, a partir de lo planteado por Dolores (1998), el aspecto histórico es relegado en la enseñanza de la derivada, puesto que se prioriza lo relacionado con el análisis matemático, la resolución de problemas, la estructura del contenido algebraico, numérico, gráfico, geométrico, variacional y computacional, impidiendo que se pueda contribuir a la comprensión del estudiante por medio del abordaje histórico de este concepto.

11. Las siglas EpC hacen referencia al marco teórico de Enseñanza para la Comprensión.

Para complementar lo referido hasta el momento y sustentar el problema de investigación, se realizó un ejercicio inicial de indagación con el maestro que dirigía el curso de cálculo diferencial y con los estudiantes pertenecientes a este curso; en este espacio se les preguntó por el concepto de derivada desde su historia, desde lo numérico y lo gráfico. En este primer acercamiento se logró establecer la poca relación que los maestros en formación tienen con el proceso de construcción del concepto, además, se evidenciaron diferentes dificultades en el cálculo de derivadas y en su análisis gráfico; del mismo modo, se lograron establecer las concepciones que el maestro que dirigía el curso y, sus estudiantes, tenían sobre la importancia del conocimiento histórico en los procesos de formación de maestros, ya que, como ellos lo mencionaban, este saber aporta a la comprensión y se constituye en una herramienta metodológica.

La investigación se centró en los procesos de comprensión de los maestros en formación; por lo tanto, se realizó bajo el marco conceptual de la EpC, en donde la comprensión es fundamental y se asume desde Perkins (1999) como la destreza para hacer algo o resolver un problema a partir de la utilización del conocimiento de manera oportuna y flexible; similarmente, Boix y Gardner (1999) precisan que la comprensión es "la capacidad de usar conocimientos, conceptos y habilidades en curso para iluminar nuevos problemas o temas no previstos" (p. 3). El marco teórico de la EpC se sustenta en la necesidad de reflexionar sobre la práctica educativa; estos cuestionamientos constituyen los elementos para la comprensión, conformados a partir del tópico generativo donde se considera lo importante de comprender por los estudiantes; las metas de comprensión que es lo que se espera que los estudiantes comprendan y los desempeños de comprensión en donde se configura el conocimiento de manera progresiva por medio de la fase inicial de indagación, la fase de investigación guiada y el proyecto final de síntesis (Pogré, 2012; Stone, 1999).

Por otra parte, se encuentran las dimensiones de comprensión las cuales Boix y Gardner (1999) mencionan como las que permiten describir las cualidades de la comprensión observables en los estudiantes; dentro de estas se encuentra el contenido que conforma el conocimiento a ser abordado; la dimensión de métodos en la que el conocimiento se asume como resultado de un cuidadoso proceso de investigación; la dimensión de propósito que pone en evidencia los fines de cada conocimiento y cómo utilizarlo de manera oportuna; la dimensión de formas de comunicación permite que el estudiante dé a conocer lo comprendido a partir del diferentes maneras (oral, escrita). Finalmente, están los niveles de comprensión, que posibilitan hacer una caracterización del aprendizaje desde un nivel más débil a otros más desarrollados; estos inician con el nivel de ingenuo en el cual el estudiante basa su conocimiento desde lo experiencial; el nivel de novato en donde el saber se constituye como un proceso mecánico; continúa hacia el nivel de aprendiz donde el estudiante hace algunas conexiones de la realidad con el conocimiento pero con el acompañamiento del maestro y, finalmente, el nivel de maestría, en el cual el estudiante posee un conocimiento reflexivo que utiliza de manera flexible y oportuna, lo valida y comunica de forma creativa (Boix y Gardner; 1999; Pogré, 2012). Cada uno de los elementos, dimensiones y niveles permitió la reflexión de las prácticas de enseñanza del concepto de derivada y la comprensión que los maestros en formación fueron alcanzando con el desarrollo de las tareas de formación diseñadas a partir del contexto histórico presente en las construcciones de Newton y de Leibniz.

Metodología

El trabajo de investigación buscaba analizar las dinámicas presentes en la comprensión del concepto de derivada, a partir de su contexto histórico, por medio de la realización de diferentes tareas de formación; por lo tanto, se realizó bajo un enfoque cualitativo, puesto que, como lo expresan Hernández et al. (2010), Galeano (2004) y Creswell (2013), este tipo de estudios permite la construcción de hipótesis que buscan comprender la realidad a partir del análisis de un problema social por medio del discurso y acciones de los participantes. Para la realización del trabajo de investigación, se implementó un estudio de casos; mediante este se logró obtener la información necesaria a partir del análisis del fenómeno, en su contexto, con el apoyo de diferentes herramientas de indagación (Stake, 1999; Yin, 1989).

Los participantes fueron un grupo de cinco estudiantes de la licenciatura en matemáticas y física de una universidad pública colombiana; estos maestros en formación ya tenían un conocimiento previo del concepto de derivada; sin embargo, por medio de la aplicación de un cuestionario inicial, se pudieron establecer las dificultades en la comprensión de la derivada; además, este cuestionario aportó información necesaria para el diseño de las tareas de formación.

Teniendo en cuenta el enfoque y diseño de estudio, se eligieron la observación, la entrevista y el material de los participantes como los métodos que posibilitaron la recolección de la información. La observación permitió una mejor comprensión de cada caso a partir de la descripción de los acontecimientos; la entrevista permitió un análisis más profundo del objeto de estudio (Stake, 1999; Bonilla y Rodríguez, 2015). Así mismo, el material realizado por los maestros en formación fue analizado a la luz del problema de investigación y del marco teórico (Hernández et al., 2010). Este material fue el producto del desarrollo de las tareas de formación construidas y validadas bajo el marco de la EpC. Para su diseño, se consideraron: un tópico generativo, hilo conductor, metas y desempeños de comprensión; estos últimos se constituyeron en tareas que se llevaron a cabo en las tres fases referidas en el marco teórico.

En la fase de exploración se realizó un cuestionario inicial de indagación a los maestros en formación, que permitió establecer los conocimientos previos en torno al concepto de derivada, haciendo énfasis en las apreciaciones que se tenían sobre la importancia de la parte histórica para la enseñanza y comprensión de dicho concepto. En la fase de investigación guiada se inició con un video que aborda los aspectos más relevantes de la historia de la derivada; fue construido a partir del texto de *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años* (Stewart, 2008). Posteriormente, se presentaron dos videos en donde se profundizó en la dimensión personal, formación y construcciones científicas realizadas por Newton y por Leibniz con respecto al cálculo diferencial y a la derivada; las ideas fueron tomadas, en su mayoría, del texto *Isaac Newton y Gottfried Leibniz. La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal* (Durán, 2006). La visualización de los videos se apoyó en un análisis que se realizó con base en unas preguntas previas y posteriores. La siguiente tarea de formación consistió en la lectura y análisis de una historieta que se construyó con el objetivo de recrear, de manera esquemática y lúdica, las construcciones matemáticas realizadas por Newton y por Leibniz del concepto de derivada. Posteriormente se realizó, de manera conjunta con los participantes, un paralelo para establecer los diferentes aportes por parte de estos dos matemáticos; finalmente, en esta fase, como complemento del análisis matemático de las construcciones de Newton y de Leibniz, se llevó a cabo una práctica con ayuda del software GeoGebra.

La tarea de formación del Proyecto Final de Síntesis fue la presentación de una propuesta por parte de cada uno de los maestros en formación para la enseñanza del concepto de derivada a partir de su contexto histórico; estas propuestas se desarrollaron con base a las tareas de formación, además, contaron con el uso de herramientas digitales propias del performance para la educación matemática. Así mismo, se realizó una entrevista final con cada uno de los maestros en formación, la cual permitió indagar, de manera más profunda, sobre la comprensión del concepto y su percepción sobre la implementación de la historia para la enseñanza de la derivada.

Análisis o discusión

El material obtenido, como producto del trabajo investigativo, fue transcrito, revisado y analizado con el objetivo de dar respuesta a la pregunta y dar consecución a los objetivos de investigación. Después del desarrollo de las diferentes tareas de formación, se logró hacer una descripción de la comprensión de los participantes, por medio de una rúbrica construida a partir del marco teórico de la EpC, la cual se refinó durante todo el trabajo de campo; esta rúbrica contaba con diferentes categorías y descriptores en cada una de las dimensiones y para cada uno de los niveles de comprensión referidos en la EpC; todo esto permitió hacer una descripción del avance en la comprensión alcanzado por cada uno de los cinco participantes, a la luz del objeto de estudio. En cada uno de los maestros en formación se consideraron los aspectos más importantes y necesarios para realizar un análisis de su comprensión en todas las fases desarrolladas, por medio de las tareas de formación. En este proceso de análisis se pudieron establecer, principalmente, tres formas de comprensión en tres maestros en formación que adoptaron diferentes nombres; es así como el nivel de novato fue alcanzado por Karen, el nivel de aprendiz por Mateo y el nivel de maestría por Jhordan.

Conclusiones

En el desarrollo de la investigación se logró aportar a la comprensión del concepto de derivada en los maestros en formación, a partir de un acercamiento histórico por medio de las construcciones de Newton y de Leibniz, lo cual permitió establecer la historia como un referente metodológico en la enseñanza de las matemáticas y, en particular, en lo referido al concepto de derivada. Las tareas de formación permitieron articular las estrategias de enseñanza basadas en la historia con conceptos matemáticos, lo cual contribuyó a la comprensión de los maestros en formación. La construcción de la rúbrica posibilitó realizar una caracterización de la comprensión alcanzada por los participantes con relación al concepto de derivada desde su aspecto histórico; sin embargo, esta rúbrica, con las adecuaciones necesarias, puede ser considerada como una herramienta que apoye a los maestros en la elaboración de procesos de evaluación de los niveles de comprensión de diferentes conceptos y conocimientos matemáticos. Las diferentes tareas de formación se constituyen en un material importante para los procesos de enseñanza, en el aula, del concepto de derivada, las cuales pueden ser abordadas de manera presencial o virtual, de acuerdo con las particularidades del contexto.

Referencias

Boix, V., y Gardner, H. (1999). ¿Cuáles son las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica* (1st ed., pp. 205-256). Paidós.

Bonilla, E., y Rodríguez, P. (2015). *Más allá de los dilemas de los métodos. La investigación en ciencias sociales.* Norma.

Brush, S. (1991). Historia de la ciencia y la enseñanza de las ciencias. *Comunicación, Lenguaje y Educación, 12*(11), 169-180.

Chaves, E., y Salazar, E. (2003). La historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza aprendizaje: Una experiencia en secundaria. *Uniciencia, 20,* 259-266.

Creswell, J. (2013). Investigación Cualitativa y Diseño Investigativo. *Selección entre cinco tradiciones, 9,* 1-253. http://academia.utp.edu.co/seminario-investigacion-II/files

De Guzmán. (2001). Tendencias actuales en educación Matemática. *SIGMA, 19,* 5-25.

Dolores, C. (1998). Algunas ideas que acerca de la derivada se forman los estudiantes de bachillerato en su curso de cálculo diferencial. *Investigaciones en matemáticas educativas II,* 257-272.

Durán, A. (2006). *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal. Escritos y documentos.* Crítica.

Galeano, M. (2004). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa.* Universidad de EAFIT.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación.* McGraw Hill.

Lombardi, G., y Abrile, M. (2015). La formación docente como sistema: de la formación inicial al desarrollo profesional. En C. Veláz y D. Villant (Eds.), *Aprendizaje y Desarrollo profesional docente* (1st ed., pp. 59-66). Fundación Santillana.

Moreno, L. (2014). An essential tension in mathematics education [una tensión imprescindible en la educación matemática]. ZDM - *International Journal on Mathematics Education, 46*(4), 621-633.

Muñoz, M., y Román, N. (1999). *Origen y desarrollo histórico del cálculo infinitesimal.* Ediciones UPC.

Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 69-94). Paidós.

Pogré, P. (2012). *Enseñanza para la comprensión. Un marco para el desarrollo profesional docente.* [Tesis doctoral]. Universidad Autónoma de Madrid.

Ponce, J. (2015). *Breve historia del concepto de derivada.* https://www.researchgate.net/publication/270684035_Breve_historia_del_concepto_de_derivada

Sahin, Z., Yenmez, A. & Erbas, A. (2015). Relational Understanding of the Derivative Concept through Mathematical Modeling: A Case Study. *Eurasia Journal of Mathematics Science, 11*(1), 177-188.

Ramírez, E. (2009). Historia y epistemología de la función derivada. *Relaciones, Historia y Epistemología,* 157-162.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos.* Morata.

Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10.000 años.* Crítica.

Stone, M. (1999a). ¿Qué es la enseñanza para la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 95-126). Paidós.

Yin, R. (1989). Investigación Sobre Estudio de Caso. Diseños y métodos. *Applied Social Research Methods Series, 5*(2), 1-35. https://panel.inkuba.com/sites/2/archivos/YIN%20ROBERT%20.pdf

Los tesoros escondidos en el trisector automático de ángulos diseñado por el genio mayor de la matemática griega: Arquímedes

Orlando Monsalve Posada
Universidad de Antioquia, Colombia
orlandomonsalve@gmail.com

Resumen

En esta charla - taller presentamos una variedad de temas matemáticos que se pueden entresacar de las entrañas de un rectángulo muy particular el cual proviene de un aparato trisector automático de ángulos ideado por el genio mayor de la matemática griega: Arquímedes.

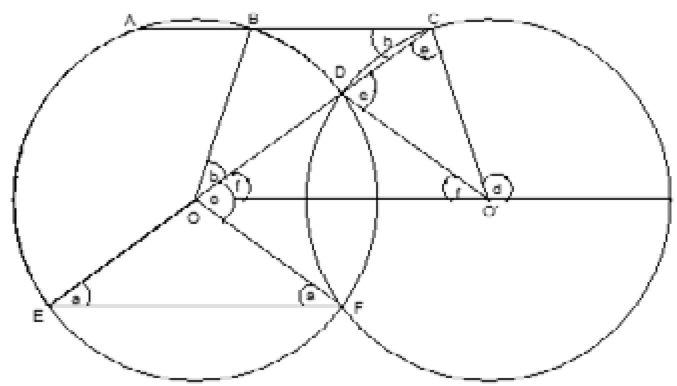
Palabras clave: axiomas de Huzita – Hatori, geometría euclidiana, geometría analítica, módulo Terada, rectángulo arquimediano, trisección, trisectriz.

Introducción

Un principio de la sicología moderna sugiere indagar primero sobre lo que la gente tiene incorporado en su bagaje experiencial y luego diseñar los respectivos procesos de enseñanza y aprendizaje; lo anterior se articula al concepto de economía del aprendizaje el cual se entiende a partir de sacarle el máximo provecho a lo poquito que me enseñen, a lo poquito que aprendo o a lo poco que tengo almacenado en mi cerebro. No se trata entonces de saturar la mente con un sinnúmero de datos, fórmulas, teoremas y otras cosas, sino en brindar la oportunidad de aprender a partir de unos pocos elementos y sacar el máximo provecho de ellos.

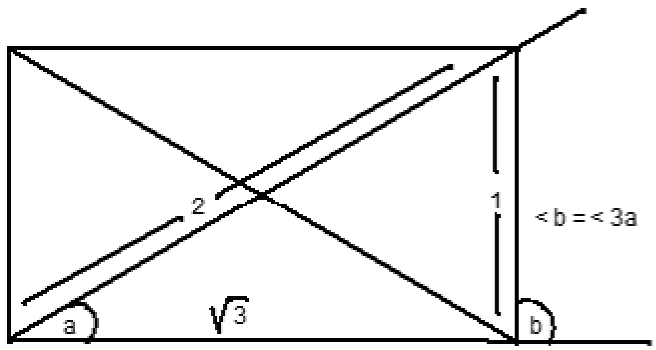
La charla – taller gira toda en torno al trisector automático de ángulos; Arquímedes, en la proposición 8 del Libro de los lemas, nos muestra y demuestra cómo dividir un arco de circunferencia en tres partes iguales (figura 1) y cómo dividir un ángulo cualquiera (Yates, 1947).

Figura 1 *Trisección de un arco de circunferencia de Arquímedes*



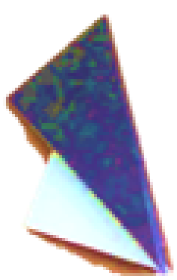
Sea AB una cuerda cualquiera de un círculo O; se prolonga AB hasta el punto C de manera que BC = OD. Si CO que corta al círculo en D se prolonga hasta cortar nuevamente a este en E, el arco AE = 3 veces el arco BD.
EF // AB; OB y OF radios.

Como Δ OEF es isósceles, <a = < a; < c es exterior del Δ OEF y es igual a 2a; < a y < b alternos internos entre paralelas; <c = 2 < b; < BOF = < b + < c
por lo tanto, < b + 2 < b = 3 < b
Así el arco BF = 3 veces el arco BD
luego el arco AE = arco BF = 3 veces el arco BD.
En esta construcción podemos ver el aparato trisector OCO´O, en el cual se cumple:
OD = DO´ = O´C; los Δs ODO´ y DCO´ son isósceles: < e = < e; < f = < f. El < d es exterior del Δ O´OC = < f + < e; < e = 2 < f
< d = < f + 2 < f = 3 < f.



El rectángulo se genera cuando el cateto opuesto al < a es perpendicular al eje X.
La primera figura simple que se elabora con este rectángulo es el animero (figura 2), quien es personaje típico de algunas poblaciones colombianas que en noviembre reza por las ánimas del purgatorio.

Figura 2 *Animero*



Metodología

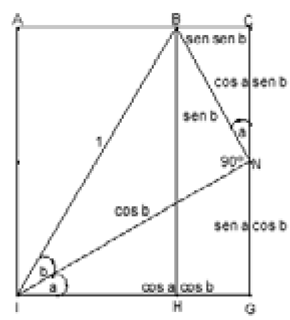
Empezaremos nuestra charla mostrando el trisector físico con el ánimo de que los asistentes puedan reproducirlo en sus casas; seguidamente, procederemos a orientar sobre la confección del mismo mediante el doblado de papel; una vez logrado el trisector, haremos unos dobleces adicionales y sobre las trazas que quedan en el rectángulo extraeremos los temas matemáticos que se pueden trabajar:

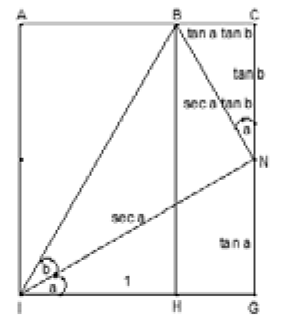
1. Como las medidas iniciales de los lados del trisector son 1, 2, √3, podemos aprovechar estas para calcular los valores numéricos de las funciones de < 30º y < 60º.

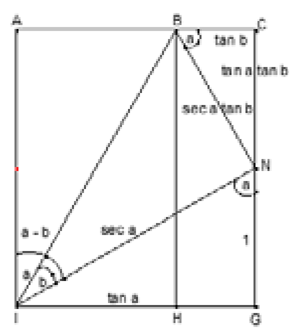
2. Como este rectángulo es un cuadrilátero cíclico (se puede inscribir en un círculo), cumple con el teorema de Ptolomeo que afirma: la suma de los productos de los lados opuestos es igual al producto de sus diagonales, es decir: $a^2 + b^2 = c^2$, una demostración más del teorema de Pitágoras.

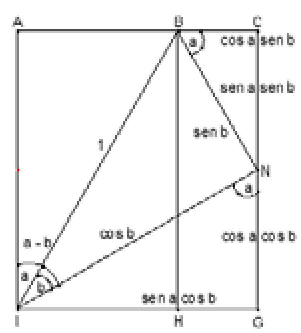
3. Con los dobleces adicionales, y con un desplazamiento infinitésimo del triángulo rectángulo IBN, logramos que < a sea mayor que < b, tenemos los diagramas siguientes que nos permiten deducir 18 identidades trigonométricas notables como sen y cos de (a + b) sen y cos (a – b) y todas las que se vienen en cascada a partir de estas cuatro identidades; tan (a ± b), cot (a ± b), etc. (Monsalve, 2013).

sen (a + b) cos (a + b) sen (a – b) cos (a – b)





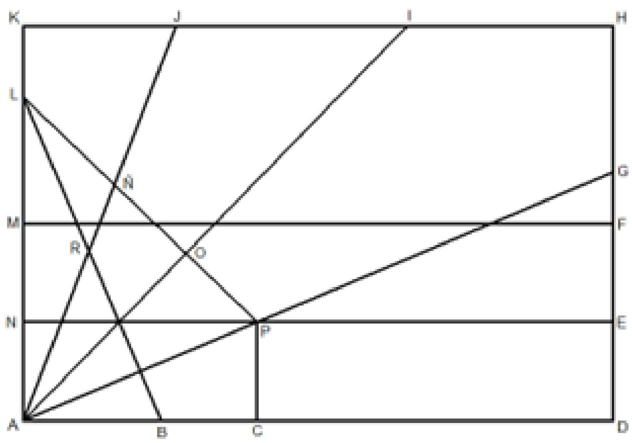




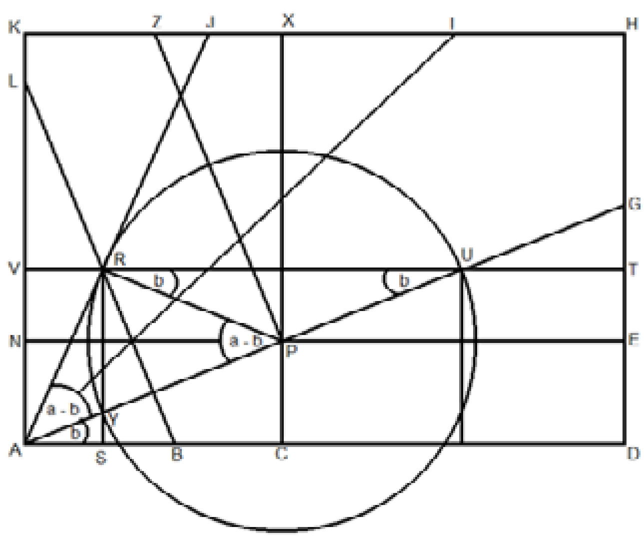
tan (a + b) tan (a – b)

4. A partir de los axiomas de Huzita – Hatori, procederemos a trisecar un ángulo cualquiera y sobre esa ilustración construiremos dos curvas notables que se estudian en la geometría analítica: la concoide de Nicómedes y la trisectriz de Ceva que acá denominamos la trisectriz arquimediana; esto lo ilustraremos en el programa Cabri Geometrie.

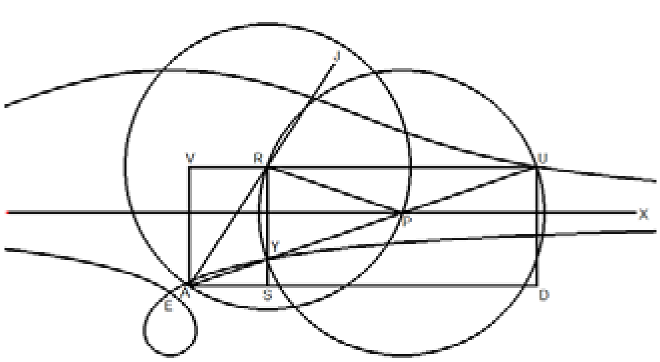
5. Trisección del ángulo mediante el axioma 6 de Huzita – Hatori (1989) en Cabri Geometrie.



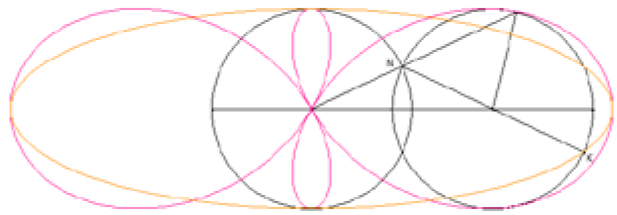
6. Trisección del ángulo según Pappus (300 d. C) en Cabri Geometrie.



7. Construcción de la concoide de Nicómedes (200 a. C), a partir de la trisección anterior.



8. Construcción de la trisectriz arquimediana a partir del trisector.

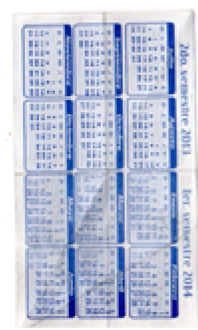


En la gráfica se puede observar tanto la trisectriz arquimediana como la elipse generada por el punto K mediante el elipsógrafo arquimediano.

10. Hemos observado que muchas tarjetas publicitarias son rectángulos arquimedianos:

Tarjeta del metro

Restaurante



Calendario

11. Así mismo, las servilletas de papel usadas en las cafeterías ya vienen dobladas en tres partes iguales formando el rectángulo.

12. Las pantallas de algunos televisores también son rectángulos arquimedianos.

13. Algunas tirillas que suministran los cajeros electrónicos también son rectángulos arquimedianos. A este rectángulo lo llaman Terada (s. f.) y Montroll (2012), rectángulo de bronce.

14. A partir de él, Terada (s. f.) diseña el módulo que permite elaborar un sinnúmero de hermosos diseños arquitectónicos como los que acá se incluyen.








Análisis o discusión

Como se podrá haber observado, este rectángulo contiene una cantidad insólita de temas matemáticos que pueden ser abordados desde el aparato trisector físico (con este se puede trazar el 90% de la trisectriz) y pasar luego a la deducción de las ecuaciones cartesianas o paramétricas. Igualmente, varias de las temáticas también se pueden abordar desde el doblado de papel.

Conclusiones

El autor solo espera que esta charla-taller les sea de alguna utilidad a los estudiantes y profesores de los diversos niveles de nuestro sistema escolar. Muchas gracias a todos los que participaron en esta propuesta.

Referencias

Monsalve, O. (2013). *Módulo de matemática básica*. Universidad de Antioquia.

Montroll, J. (2012). *Origami and math: simple to complex.* Dover Publications.

Terada, N. (s. f.). *Módulo básico.*

Yates, R. (1947). *The trisection problem.* Michigan Edward Brothers.

Encuentro de grupos de investigación

Relatos de líderes de grupos de investigación y doctores en Educación Matemática en Colombia (EMC). Grupo de Investigación EDUMATH

Leonardo Ceballos Urrego
Tecnológico de Antioquia, Colombia
lceu0457@gmail.com

Resumen

A través de convocatoria se logró establecer un encuentro en el que participaron cerca de 20 investigadores colombianos entre líderes de grupos y doctores en Educación Matemática (EM), que expusieron, de manera virtual, en un lapso de dos horas y media, sus experiencias al frente de los grupos, así como su percepción y proyección sobre la EMC. Como conclusión general, se vio la necesidad de promover nuevos espacios de reflexión y discusión que propendan por el fortalecimiento de la EM en el país con miras a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para nuevas generaciones.

Palabras clave: doctores, encuentro, EM, líderes de grupos, reflexión.

Introducción

Conocedores de la dinámica que alrededor de la Educación Matemática se ha venido presentando en Colombia (EMC) y del compromiso social y académico de los grupos existentes en el área, se realizó invitación a 21 directores de grupos en EM seleccionados a través de las convocatorias realizadas por el Ministerio de Ciencias entre 2014 y 2018, así como a un grupo de Doctores identificados en el área, para participar en un encuentro online de intercambio de experiencias y diálogo abierto, en el marco de la celebración de los 25 años del grupo EDUMATH.

El propósito central del encuentro estuvo orientado al conocimiento sobre las actividades básicas que, en la materia, se vienen desarrollando a través de los grupos de investigación en EMC, así como la percepción y proyección que líderes o integrantes de dichos grupos, y doctores participantes, conciben sobre EM en el país.

Como un primer resultado, se espera fomentar la realización de más encuentros que, a través del diálogo abierto de expertos, permitan el reconocimiento de quienes vienen trabajando en diferentes frentes de la EMC, con miras a la identificación de una comunidad básica de trabajo e investigación en EM, y a determinar los elementos necesarios para la formulación de una política pública que contribuya al fortalecimiento de la educación matemática nacional y a la proyección de escenarios pertinentes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en concordancia con las variantes dinámicas globales.

Estado del arte

El cúmulo de investigaciones y productos en EM contenidos en los relatos que se presentan más adelante, se generan en los grupos e instituciones cuyos líderes y doctores se listan a continuación:

- Carlos Mario Jaramillo López: Educación Matemática e Historia (EDUMATH). UdeA.
- Oscar Fernández Sánchez: Investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación. UTP.
- Alfonso Jiménez Espinosa: Educación Matemática. UPTC (PIRÁMIDE).
- Leonor Camargo Uribe: Didáctica de la Matemática. UPN.
- Edgar Alberto Guacaneme: Conocimiento, Formación y Prácticas del Docente de Matemática. UPN (RE-MATE).
- Vivian Libeth Uzuriaga López: Estudios Metodológicos para la Enseñanza de las Matemáticas y las TIC. UTP.
- José Torres Duarte: Perspectivas sociales, culturales y políticas de la educación matemática. UDFJC (EdUtopía).
- Jorge Enrique Fiallo Leal: Educación Matemática. UIS (EDUMAT-UIS).

- Sergio Iván Valencia M: Grupo de Historia y Filosofía de las Prácticas Matemáticas y Formación de Profesores. En representación de la Líder: Maribel Patricia Anacona. Univalle.
- Luis Ángel Bohórquez Arenas. UDFJC (MESCUD).
- Luis Fernando Pérez Duarte. Edumat-UAN.
- J. Kemel George G. Universidad de Magdalena; U.T. De Bolívar y U.A. del Caribe.
- Luis Carlos Arboleda. UniValle.
- Rodolfo Vergel. UDFJC. Pedagogía en lenguaje de las Matemáticas.
- Yilton Riascos. UniCauca.
- Diana Carolina Pérez Duarte. Educación Matemática UAN.

Perspectivas o Escenarios Futuros desde los Grupos y Doctores en EM

Se describen, a continuación, las actividades centrales a las que se dedican los grupos de los líderes participantes y los doctores, así como las percepciones y proyecciones relacionadas con su quehacer en EMC.

- Educación Matemática e Historia -EDUMATH- (Jaramillo, 2022). Inició con trabajos de investigación sobre el modelo de los van Hiele, Pirie y Kieren y en la EpC; luego se dedicó a la cualificación de profesores en los niveles de maestría y doctorado, y, en la actualidad, sin dejar sus líneas de acción, se proyecta en la generación y divulgación de productos de investigación, en la participación de sus integrantes en eventos nacionales e internacionales y en el fomento de actividades encaminadas a la promoción de la EM en las regiones del departamento de Antioquia.

- Investigación en Pensamiento Matemático y Comunicación -GIPEMAC- (Fernández, 2022). Aun cuando la actividad del grupo ha girado en torno a cuatro líneas de conocimiento: *Teoría cognitiva de la matemática, Didáctica de la matemática, Matemáticas Escolares-Emoción, y Matemáticas Escolares-Tic,* el trabajo del grupo pone énfasis especial en la importancia que juega el lenguaje y la comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de ahí que las líneas en las que se presentan muchos de los trabajos de grado en los niveles de maestría y doctorado, correspondan a *Comunicación y Matemáticas, Etnomatemática y Lingüística cognitiva y matemáticas.* El grupo se proyecta a la EMC a través de la formación de docentes en EM en los niveles de maestría y doctorado dentro de las líneas definidas en el grupo, así como en la producción y publicación de productos de investigación y participación de sus integrantes en eventos nacionales e internacionales.

- Educación Matemática -PIRÁMIDE- (Jiménez, 2022). Creado en 2003, cuenta con cinco investigadores de base, tres de ellos con contrato ocasional; se manejan tres líneas: didáctica de las matemáticas, semiótica y comunicación, y geometría y virtualidad; en cada línea hay asociado un semillero de investigación. Entre los logros del grupo se resaltan: el apoyo a la licenciatura en informática y a la maestría en educación, la creación de la maestría en EM, y el apoyo al doctorado en ciencias de la educación en el que se han dirigido tres tesis de doctorado, todas laureadas, y en las que hay cinco doctorandos. Desde el grupo se percibe escasez de recursos para el trabajo científico en EM, dificultad para participar en convocatorias de MinCiencias, mucho trabajo arduo, a veces quijotesco, más como un apostolado que produce solo satisfacción personal por el servicio prestado y el deber cumplido. Con la actividad del grupo se ha logrado un acercamiento significativo entre la formación inicial y la formación universitaria en matemáticas. El grupo se proyecta a través del intercambio de actividades docentes e investigativas con universidades nacionales e internacionales en Brasil y Costa Rica. Se reconoce, desde el grupo, el crecimiento de la actividad académica en EM en el país.

- Didáctica de la Matemática. UPN y UDFJC. (Camargo, 2022). Grupo interinstitucional creado en 1995, cuenta hoy con 13 investigadores activos, y se manejan tres líneas: *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría, Educación Estadística y EM: diversidad y subjetividades.* La experiencia investigativa del grupo se resume en: desarrollo de proyectos de investigación, desarrollo de líneas vinculadas con la formación inicial y continuada de profesores de matemáticas, significativa producción de artículos en revistas de EM en español, escasa producción de libros, amplia participación en eventos nacionales en el área, poca participación en eventos en el exterior, bajos índices de citación, y dificultad para mantener las líneas y el grupo activo. Además de las líneas actuales, se piensa implementar líneas en: *EM y justicia social, EM y formación ciudadana, Identidad del profesor de* *matemáticas (con foco en las dimensiones: Saber, Hacer y Ser), otra línea en argumentación y prueba.* Desde este grupo se percibe la EMC (Camargo, 2022) como una actividad en la que hay mucho trabajo, pero poca visibilidad, baja colaboración entre los grupos existentes, falencias en las estrategias investigativas, en particular, relacionadas con: el rigor metodológico, la pertinencia para atender y contribuir a la solución de problemas de la EMC; faltan más canales (revistas, encuentros, etc.) para difundir y movilizar la actividad investigativa en EM, hay poco apoyo de MinCiencias y otras instituciones estatales responsables de la educación en Colombia.

- Conocimiento, Formación y Prácticas del Docente de Matemática. UPN -RE-MATE- (Guacaneme, 2022). Su principal actividad se sitúa en la reflexión y acción sobre la formación, identidad y conocimiento de las matemáticas, de los formadores de profesores de matemáticas y de los profesores de matemáticas, así como en sus prácticas profesionales. En el grupo se reconoce el papel del conocimiento histórico en la formación en didácticas específicas de las matemáticas, y se percibe la necesidad de más formadores de profesores de matemáticas e investigación en el campo de formación de estos docentes. El grupo se proyecta al trabajo en EMC, a través de la creación de la red de formadores de matemáticas (redforma).

- Estudios Metodológicos para la Enseñanza de las Matemáticas y las TIC. UTP -EMEMATIC- (Uzuriaga, 2022). Constituido en 2006; tiene como propósito: *"estudiar e investigar problemas que surgen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en diferentes niveles de escolaridad..."* (Uzuriaga, 2022), esperando contribuir con la solución de algunos de los muchos problemas que afronta la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia. En este sentido, se trabajan tres líneas: *"Desarrollo de software educativo, Formación de profesores, y Procesos de construcción del lenguaje matemático"* (Uzuriaga, 2022), a través de las cuales se pretende que las investigaciones que se realizan y orientan, aporten en la capacitación y actualización de profesores que enseñan matemáticas; además, con la formación de posgrado para maestros, se espera contribuir en la transformación de las prácticas de enseñanza, fortalecer la calidad de la actividad matemática en los docentes y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Algunos de los productos con los que el grupo se ha proyectado en la EMC son: los softwares educativos: AlTIC y Math-TIC; el macroproyecto *Metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* a través del cual se graduaron en maestría más de 80 profesores que enseñan matemáticas sin contar con la formación en el área; y la realización, en marzo de 2022, del *Primer Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática CIDIDMAT* (Uzuriaga, 2022)

- Perspectivas sociales, culturales y políticas de la Educación Matemática. UDFJC -EdUtopía- (Torres, 2022). Inició en el año 2008 como un grupo de colegas y amigos con afinidades de formación como matemáticos o licenciados en el área y, como lo presenta su líder: *"EdUtopía ha intentado atacar ideas instaladas en el sentido común como que la matemática y la educación matemática son prácticas neutrales..."* (Torres, 2022). La proyección del grupo la resume Torres (2022) así: *"...interesa la generación de propuestas alternativas, de prácticas de resistencia en educación matemática basadas en la crítica para la constitución de sujetos políticos que transformen el mundo hacia otro posible donde lo hegemónico sea la solidaridad, alteridad y la justicia social".*

- Grupo de Investigación en Educación Matemática -EDUMAT-UIS- (Fiallo, 2022). Se creó en 1990 en respuesta a la reforma curricular de matemáticas de 1984; durante los primeros años, el trabajo se enfocó en proyectos de extensión; por ejemplo, en 1998, con el MEN: *Incorporación de las nuevas tecnologías al currículo de las matemáticas;* luego, vinieron la creación de semilleros, la formación y contratación de doctores en matemática educativa y didáctica de la matemática, hasta llegar en 2011 a la creación de la Maestría en EM. El grupo se hizo visible, en la región, a través del Semillero Matemático, con más de 20 años de trayectoria que, inicialmente, reunía estudiantes de 1° a 9° grado, pero luego amplió a los de 10° y 11°, de instituciones oficiales, para trabajar en la resolución de problemas con apoyo en la lúdica y las TIC. Igualmente, el grupo se proyectó en el departamento con el programa *Colombia Aprendiendo*, con el cual aportó en la formación de profesores de matemáticas; se cuenta con el proyecto: *Matemática Recreativa*. El grupo organiza las Olimpiadas Regionales de Matemáticas de primaria y secundaria, en las que han completado 11 y 14 versiones, respectivamente. Las líneas de trabajo son: *Didáctica de la geometría, Didáctica de la Estadística, Didáctica del Álgebra Lineal, y Didáctica del Cálculo.* Son muchos los proyectos realizados con financiación interna y en asocio con otros grupos de la universidad; también se realiza un seminario anual sobre enseñanza y aprendizaje del cálculo del cual van siete versiones, y se está trabajando en la línea: *formación de profesores y necesidades especiales.* La productividad del grupo es voluminosa, durante los últimos cinco años se suma en producción bibliográfica: 36, actividades de formación: 49, proyectos: 14 y otros productos: 200.

- Grupo de Historia y Filosofía de las prácticas matemáticas, y Formación de Profesores de Matemáticas. UniValle. (Valencia, 2022). Grupo en proceso de consolidación, integrado por cinco doctores con formación en historia de las matemáticas, historia y filosofía de las matemáticas, historia y filosofía de las ciencias, y en ciencias matemáticas. El trabajo del grupo se enfoca en las líneas: *Historia de la topología, estructuralismo topológico, formación de profesores, historia de las matemáticas modernas, estructuralismo bourbakista, estructuralismo filosófico en las matemáticas, fundamentos de las matemáticas, lógicas fuzzy, estructuralismos algebraicos, y estructuralismo categorial;* cuentan con colaboradores internacionales para la dirección de tesis y otras actividades en Brasil (Marco Panza), España (Ferreiros y Pérez), Israel (Leo Corry), México (Carlos Álvarez), Francia (Jean-Jacques Szczeciniarz) y Canadá (Jean-Pierre Marquis). En su corta vida, el grupo ha impactado la formación de docentes de matemáticas con la reestructuración de los cursos de álgebra moderna, topología y conjuntos numéricos; además, ha logrado la creación y consolidación de cursos como: *Estructuralismo matemático en el siglo XX y Tópicos de Matemáticas Modernas y Contemporáneas.* Su incidencia en la Universidad del Valle ha sido notoria tanto en la maestría como en el doctorado de la Facultad de Educación. Consideran que hace falta apreciar el impacto de las nuevas matemáticas en la EM, en especial a nivel universitario.

- Matemáticas Escolares Universidad Distrital FJC -MESCUD- (Bohórquez, 2022). El grupo inició en 1991; está integrado por cinco doctores en EM, dos candidatos a doctor, y una magíster en el área. Se trabaja en tres líneas: *Formación de Profesores (tres sublíneas), Transición de la Aritmética al Álgebra (tres sublíneas), y Análisis Matemático (dos sublíneas).* El grupo presta su apoya a la UDFJC a través de la Licenciatura en Matemáticas, el programa de matemáticas, la maestría en Educación y el doctorado interinstitucional en Educación. Desde el grupo se percibe el escaso apoyo que se le brinda a la investigación en el país y, en particular, a la IEM; tampoco existe una política estatal que facilite el intercambio con otras universidades extranjeras. Dentro de las expectativas están: consolidar las investigaciones que se realizan y tener la oportunidad de involucrarse con otros grupos para realizar investigaciones interinstitucionales, y dar a conocer el trabajo que se hace en la formación de profesores.

- Intervención del Dr. Luis Fernando Pérez Duarte: es integrante del grupo Educación Matemática de la UAN; trabaja en la línea de la didáctica de la Estadística. Considera la EM como una disciplina nueva, recuerda que la primera maestría en EM data de 1998 y el primer doctorado hace apenas 10 años. Observa mucha productividad investigativa en aprendizaje de las matemáticas, y de la geometría, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas universitarias, estadística y probabilidad y en formación de docentes. Sin embargo, no ve una comunidad unificada en torno a la EMC, la actividad está en el interior de los grupos y las instituciones. Espera, entonces, que se logre conformar una comunidad educativa alrededor de la EMC, que se realicen más investigaciones interinstitucionales y que la EM impacte más a la comunidad educativa y no solo a los docentes del área, porque las competencias en conocimiento y manejo matemático y estadístico de la población son muy bajas.

- Intervención del Dr. Kemel George. No se encuentra vinculado a ningún grupo de EMC; trabaja de manera independiente y centra su participación en la lectura de un manifiesto sobre la enseñanza del cálculo (George, 2022) en el que inicia concluyendo que la enseñanza del cálculo ha fracasado. Muestra en pantalla dos de sus publicaciones: Cálculo con infinitesimales y la más reciente: *Razonamiento Lógico. En el lenguaje simbólico y en el lenguaje natural.*

- Intervención del Dr. Luis Carlos Arboleda. Profesor Emérito de la Universidad del Valle. Inicia recomendando la continuidad de estos espacios, invitando a los participantes a pensar no solo en responder a cuestionamientos como los planteados para este encuentro, sino a enfocarse en caracterizar el trabajo que se ha venido desarrollando en el país en el área. Menciona al que cree es el único trabajo realizado sobre historia de la EMC: del Dr. Alfonso Segundo Gómez Mulet, de la Universidad de Cartagena, y se remite hasta la conformación de la misión de sabios al inicio de la década de los 90, para ilustrar no solo la exclusión que dicha misión tuvo en la formulación de una política pública relacionada con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino, además, el recelo con el que se ha visto emerger la EMC desde la orilla del estudio de las matemáticas, situación frente a la cual tuvo la oportunidad de orientar en 2021, en compañía de María Falk (UAN) y Rodolfo Vergel (UDFJC), un seminario de diez sesiones sobre EM en el que se plantearon recomendaciones de política pública que se esperan puedan ser tenidas en cuenta en el actual gobierno. Considera que es, desde estas actividades como núcleos de trabajo en EM, donde surgen las recomendaciones naturales para nutrir la formulación de una política pública pertinente sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Colombia.

- Intervención del Dr. Rodolfo Vergel. Profesor vinculado con la UDFJC, director del Grupo Interdisciplinar en Pedagogía y Lenguaje de las Matemáticas. Inicia aplaudiendo la iniciativa de este encuentro y predice buenos aires para la educación y, en particular, para la EM durante el actual gobierno. Considera que en el país hay grupos en EM suficientemente consolidados, con un conocimiento decantado en el área, con autoridad para sugerir una política pública sobre EM, pero, a la vez, de acuerdo con otros colegas, una comunidad en EM no está ni fortalecida y menos aún, posicionada; de hecho, lamenta la extinción de los encuentros de EM que se realizaban en el país. De ahí que su expectativa estaría en que se busque, desde estas actividades, la forma de incidir de manera efectiva en el diseño de una política pública sobre EMC

- Intervención del Dr. Yilton Riascos. Universidad del Cauca. Hace un reconocimiento a la existencia de un trabajo en EM que, aunque realizado de manera independiente en grupos e instituciones, en suma, se nota consolidado en la cantidad y calidad de productos, y en los esfuerzos por mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como se evidencia en las intervenciones que le antecedieron. Espera que varias de las propuestas acá realizadas puedan llegar a ejecutarse

- Intervención de la Dra. Diana Carolina Pérez Duarte. Integrante del Grupo Educación Matemática de la UAN, considera que la EM es una disciplina muy joven en el país; en su intervención presenta una experiencia (Pérez, 2022) en la cual resalta las características de las investigaciones que se realizan en el grupo, y en la que, además, se destaca la línea de *Pensamiento Visual,* alrededor de la que pretenden organizar una comunidad tanto en Colombia como en el exterior, para lo cual han desarrollado dos jornadas internacionales de Pensamiento Visual en lo Matemático, la primera en Chile y la segunda en Brasil, esperando que cada año se vaya abriendo el espacio en otras universidades del país o el continente.

Referencias

Bohórquez, L. A. (2022) "MESCUD: Matemáticas Escolares". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Camargo, L. (2022). "Grupo Didáctica de la Matemática". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Fernández S. O. (2022). "GIPEMAC". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Fiallo, J. E. "EDUMAT-UIS: Entre la extensión y la investigación". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

George, K. (2022) "Manifiesto sobre la enseñanza del cálculo". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín

Guacaneme, E.A. (2022) "Grupo RE-MATE de la UPN" Memorias: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín

Jaramillo, C.M. (2022) "Grupo en Educación Matemática e Historia: EDUMATH". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Jiménez, E. A. (2022) "Educación Matemática: PIRÁMIDE". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Pérez, D.C. "Experiencia – Percepción frente a la EM en Colombia". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín.

Torres-Duarte, J. (2022) "EdUtopía: La utopía de formar en Educación Matemática para la justicia social". Memorias: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín

Uzuriaga, V. L. (2022). "Grupo: EMEMATIC de la UTP". Memorias: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín

Valencia, S. I. (2022). "Grupo de Historia y Filosofía de las prácticas matemáticas, y Formación de Profesores de Matemáticas". Exposición: "Encuentro de Líderes de grupos y Doctores en EM" en el marco de la celebración de los 25 años del Grupo EDUMATH. Medellín

Estudios Metodológicos para la Enseñanza de la Matemática y el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Grupo de Investigación EMEMATIC

Vivian Libeth Uzuriaga López
Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia
vuzuriaga@utp.edu.co

Resumen

Se presenta el grupo de investigación *Estudios Metodológicos para la Enseñanza de la Matemática y el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones* –EMEMATIC–, de la Universidad Tecnológica de Pereira, sus propósitos, líneas de investigación y algunos desarrollos que han contribuido a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Se concluye con algunas perspectivas de investigación.

Palabras clave: desarrollo de software educativo, formación de profesores, re-significación de conceptos matemáticos.

Introducción

El grupo de investigación *Estudios Metodológicos para la Enseñanza de la Matemática y el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones* – EMEMATIC – está integrado por profesores de la Universidad Tecnológica de Pereira. Se conformó en el año 2006 y hoy se encuentra con categoría C de Minciencias. El grupo está adscrito al Departamento de Matemáticas, que hace parte de la Facultad de Ciencias Básicas.

El grupo lo conforman: Héctor Gerardo Sánchez Bedoya, tecnólogo en Sistemas de Información, licenciado en Matemáticas y Física, especialista en computación para la Docencia, magíster en Comunicación Educativa y doctor en Educación; Alejandro Martínez Acosta, licenciado en Matemáticas; Andrés Oswaldo Palechor, licenciado en Matemáticas y Computación, magíster en Educación y candidato a doctor en Didáctica; Germán Cadavid, ingeniero Industrial, magíster en Enseñanza de la Matemática y candidato a doctor en Educación. El grupo es liderado por Vivian Libeth Uzuriaga López, licenciada en Matemáticas, especialista en Matemática Aplicada: énfasis Matemática Computacional, Magíster en Matemáticas y doctora en Ciencias Pedagógicas.

Estado del arte

El propósito del grupo es estudiar e investigar problemas que surgen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en diferentes niveles de escolaridad, con el fin de identificar e intervenir la enseñabilidad de la matemática articulada al proceso de la educabilidad de las personas que aprenden. Este propósito surgió debido a diferentes problemáticas, por nombrar algunas:

- Bajos resultados y desempeños de estudiantes en las diferentes pruebas nacionales e internacionales en matemáticas, lo que pone al país en los lugares más bajos y, por ende, compromete el desarrollo de las regiones. Estos resultados no son ajenos a los alumnos que ingresan a la Universidad Tecnológica de Pereira.
- Aún en el siglo XXI, la enseñanza de la matemática, en todos los niveles de escolaridad, sigue enmarcada en la transmisión de conocimientos y repeticiones algorítmicas (Perkins, 2010), lo que impide el desarrollo de habilidades y capacidades matemáticas, requeridas para afrontar un mundo globalizado cada vez más exigente.
- Falta de interés y motivación por el estudio de la matemática. Lo que se ve marcado en estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, aunque cursen programas de ingeniería y tecnología.
- Falta de cualificación docente que contribuya a mejorar el aprendizaje de la matemática.
- La mayoría de los docentes no disponen de herramientas conceptuales para hacer una buena planificación (Rico, 2007); en general, siguen los libros de texto con ejemplos y actividades alejadas de las realidades de las aulas de clase y, peor aún, sin cuestionar o darse cuenta de los errores que traen los libros.
- Existe poca sistematización rigurosa de los procesos del trabajo en el aula de clase de matemáticas, que redunde en mejorar la calidad de la educación.
- Limitada incorporación de las TIC y otros recursos, como mediadores cognitivos, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, para lograr el desarrollo o fortalecimiento del pensamiento lógico.

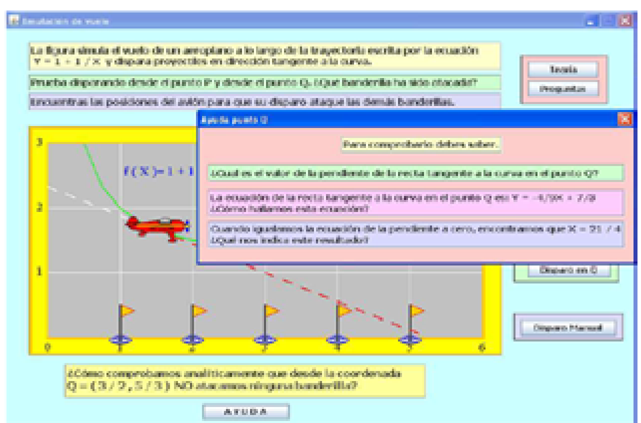
Problemáticas, como las anteriores, han centrado al grupo en tres líneas de investigación, desde las cuales se ha contribuido en la capacitación, actualización y formación de magísteres en Educación que enseñan matemáticas, en diferentes niveles de escolaridad y que, en su gran mayoría, no tienen formación como licenciados en matemáticas, ni en didáctica; lo que permite transformar sus prácticas de enseñanza, la calidad de la actividad matemática y el aprendizaje de los estudiantes, fortaleciendo el contexto de la clase como una comunidad de aprendizaje matemático (Uzuriaga y Gallego, 2018). Además, se ha investigado acerca de las creencias sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, que tienen los profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira, lo que llevó a la actualización de las asignaturas que ofrece este departamento para la universidad. Las líneas de investigación son:

- ***Desarrollo de software educativo:*** las TIC como mediadores cognitivos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- ***Formación de profesores que enseñan matemáticas en diferentes niveles de escolaridad.***
- ***Procesos de construcción del significado matemático.*** Esto implica desarrollar:
a) Las fenomenologías de los objetos.
b) Los sistemas de representación semiótica.
c) La estructura conceptual de los objetos matemáticos en estudio.

En la línea ***desarrollo de software educativo*** se han diseñado dos softwares para estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, los cuales han centrado su propósito en fortalecer el aprendizaje de los estudiantes a partir de sus conocimientos previos, privilegiando la autorregulación, exploración y autonomía, y sin cargar a los alumnos de exigencias como saber programar o aprender un lenguaje de programación. Estos son:

- ALTIC - álgebra lineal y las TIC - mediador entre el contenido de aprendizaje y el estudiante bajo la guía didáctica del docente, para que el alumno afiance, refuerce, autoevalúe y practique con los conceptos estudiados durante el proceso. La siguiente imagen muestra un ejemplo:

Figura 1 *Ejemplo del programa*



(Uzuriaga y Martínez, 2015, p. 21)

• ***MathTIC* - Matemáticas y las TIC:** es una plataforma que le permite al estudiante reforzar conceptos de la matemática básica, haciéndose partícipe de su proceso de aprendizaje, avanzar hacia la independencia y autorregulación, de manera crítica, propositiva y argumentada.

MathTIC se construyó a partir de historias que llevan al estudiante a involucrarse en ellas para avanzar en los conocimientos matemáticos, lo que también ha permitido fortalecer la lectura comprensiva. La siguiente imagen ilustra el entorno de esta aplicación:

Figura 2 *Entorno de la aplicación*

Por otro lado, teniendo en cuenta que el objeto principal del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira es ofrecer servicios a los diferentes programas de pregrado de la Universidad y que, más de un 80% de sus profesores son ingenieros, nos ha motivado estudiar problemáticas tanto de enseñanza como de aprendizaje de las matemáticas para ingenierías y tecnologías, posibilitándonos, desde diferentes referentes teóricos, diseñar libros de texto y libros de trabajo para docentes y estudiantes para asignaturas como: álgebra lineal (Uzuriaga y Martínez, 2021), ecuaciones diferenciales, matemáticas básicas y programación de computadores. Se muestran algunos de los libros.

Figura 3 *Algunos textos diseñados*

Otras investigaciones han surgido de las problemáticas estudiadas sobre los bajos desempeños que muestran los estudiantes que ingresan a la Universidad Tecnológica de Pereira, y que repercuten, entre otros aspectos, en repitencia, deserción y largos períodos de egreso, lo cual nos llevó a diseñar y poner en marcha ***la actualización de las asignaturas de matemáticas para la UTP,*** llevando a que la mayoría de las ingenierías hayan superado lo que se llama en la Universidad los créditos reducidos y que ha hecho parte de las fortalezas para la acreditación internacional de varios de estos programas académicos.

Además, como resultado de las investigaciones del bajo desempeño académico, el grupo construyó, en conjunto con la Vicerrectoría Académica, ***el Programa de Preparación de la Vida Universitaria y Orientación Vocacional,*** que tiene como propósito, entre otros: *ofrecer un programa, desde la formación integral, que permita a los jóvenes ingresar a la universidad con mejores cualificaciones académicas y construir su proyecto de vida.* Con este programa se espera responder a la demanda de la sociedad por la educación superior, promoviendo la equidad académica a través de una formación integral para construir proyectos de vida; establecer articulación entre la universidad e instituciones educativas; permitir a los jóvenes en condiciones vulnerables ingresar a la universidad con mejores niveles académicos, y contribuir con la formación de un ciudadano digital.

Por otro lado, en relación con la línea de investigación ***formación de profesores que enseñan matemáticas,*** la Facultad de Educación, desde la Maestría en Educación, vinculó al grupo con el macroproyecto: **La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática,** con la pregunta de investigación: ¿cómo contribuir a transformar las prácticas docentes para mejorar la calidad de la educación matemática y la formación didáctica de los profesores en el nivel de educación básica y media? Se formaron como magísteres más de 80 profesores, beneficiarios de las becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional (Sánchez y Uzuriaga, 2019), que enseñan matemáticas y que, en su gran mayoría, no tenían formación ni en matemáticas, ni como licenciados en matemáticas, ni en didáctica. Estos maestros laboran en instituciones educativas de los departamentos de Risaralda, Quindío y La Guajira.

Los profesores, una vez reflexionaron y estudiaron su práctica de enseñanza, se empoderaron teóricamente para diseñar, planear e implementar unidades didácticas para la enseñanza de diferentes objetos matemáticos, lo que mostró el inicio de la transformación de su práctica docente (Sánchez, Uzuriaga y Palechor, 2019); las imágenes ejemplifican algunas actividades de clase y el rol de los estudiantes y maestros:

Figura 4 *Algunas actividades de clase*

Profesores línea didáctica de la matemática, Maestría en Educación de la UTP, 2015 – 2021 (Uzuriaga y Sánchez, 2021).

La investigación de la práctica docente de los profesores que se graduaron como magísteres en Educación, permitió identificar las intervenciones en el aula de clase de matemáticas hecha por los maestrantes, en donde se observó el impacto positivo tanto de la enseñanza de la matemática, con la iniciación de la transformación del aula de clase de matemáticas, como del aprendizaje de los estudiantes con un rol participativo y productivo en clase. Los resultados de estas investigaciones han sido publicados en libros, artículos y presentados en diferentes eventos académicos nacionales e internacionales. Las imágenes muestran algunos de ellos:

Figura 5 *Algunos libros y artículos publicados*

Finalmente, se resalta la participación del grupo de investigación en diferentes redes académicas nacionales e internacionales, las cuales nos han permitido fortalecer y compartir los intereses de investigación consolidados en productos como la escritura de libros, capítulos de libros, artículos y organización de eventos académicos; por nombrar uno: ***Primer congreso internacional de Didáctica de la Matemática*** – **CIDIDMAT** – realizado con la Universidad de los Lagos de Chile, entre febrero – marzo de 2022.

Perspectivas o Escenarios Futuros del Grupo

El grupo de investigación pretende continuar profundizando en lo que tiene que ver con la fenomenología de objetos matemáticos, los sistemas de representación semiótica, la estructura conceptual de los objetos matemáticos, la metodología de la indagación en la enseñanza de las matemáticas, las situaciones didácticas desde la teoría y en el aula, la práctica docente en la enseñanza de la matemática, y el uso pedagógico de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Referencias

Perkins, D. (2010). *El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación.* Paidós.

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 47-66.

Sánchez, H. y Uzuriaga, V. (2019). La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Revista Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 4*(1), 61-78.

Sánchez, H. G., Uzuriaga, V. L. y Palechor, A. O. (2019). *La metodología de la indagación, una forma de enseñar y aprender matemática.* Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

Uzuriaga, V. L. y Sánchez, H. G. (2021). *Training experience with teachers teaching mathematics using the inquiry methodology.* Libro VI Encuentro de Investigadores de Risaralda - "The Research Journey as a Challenge Towards New Trends".

Uzuriaga V. L. y Martínez A. (2021). *Álgebra lineal, lecciones de clase para docentes y estudiantes.* Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

Uzuriaga V. L. y Gallego G. N. (2018). *La indagación en la clase de matemáticas, investigación con base en la práctica.* Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

Uzuriaga V. L. y Martínez A. (2015). *Álgebra lineal desde un enfoque desarrollador.* Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.

La utopía de formar en Educación Matemática para la justicia social. Grupo de investigación EDUTOPÍA

José Torres-Duarte
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia
jotorresd@udistrital.edu.co

Resumen

Este documento presenta los propósitos y perspectivas conceptuales y metodológicas del grupo de investigación EdUtopía. De la misma manera y, tal vez con mayor relevancia, presenta la proyección y expectativas del trabajo investigativo en esta perspectiva de la educación matemática para el grupo, en clave de lo que resulta importante en el momento presente para el país y el mundo.

Palabras clave: alteridad, justicia social, perspectivas sociopolíticas, solidaridad, subjetividades políticas.

Introducción

El grupo de investigación EdUtopía inició en el año 2008 como un grupo de colegas y amigos con una formación inicial relativamente similar —matemáticos o licenciados en matemáticas—, provenientes de universidades públicas de Bogotá, con intereses de investigación en la educación matemática y con inclinación hacia aspectos socioculturales y políticos de la formación de profesores —de matemáticas—, tales como: la etnomatemática, la historia de las matemáticas, la filosofía de las matemáticas, la Educación Matemática Crítica y la incorporación de Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC) en educación matemática.

Conformado inicialmente como grupo de estudio, luego se constituyó en grupo de investigación para abordar problemáticas relativas a la educación matemática en contextos de comunidades segregadas, periféricas, excluidas, donde se hace evidente la existencia de problemáticas sociales y los procesos de mejora de la enseñanza no abordaban la posibilidad de transformación de las dinámicas culturales y de los contextos de los estudiantes y las aulas de matemáticas. El abordaje de las problemáticas sociales, la necesidad de trabajo colaborativo y empoderamiento de las comunidades, así como de pensar la formación democrática y la formación de ciudadanos críticos desde educación matemática, se han destacado como intereses investigativos y de acción pedagógica para el grupo. Desde allí, se ha generado un campo de trabajo investigativo dentro de la UDFJC; se han tomado, inicialmente, referentes en las ideas de investigadores como Bishop (1999), D'Ambrosio (2001), Fals Borda (1988), Freire (1969, 1978), Skovsmose (1999), Valero y Skovsmose (2012) y Valero et al. (2015), que se fueron complementando con el estudio de referentes filosóficos de la Escuela de Frankfurt, la teoría crítica, la pedagogía crítica, de las teorías posestructuralistas y corrientes específicas del llamado viraje sociopolítico de la educación matemática (Gutiérrez, 2009).

Estado del arte

Como grupo de investigación, EdUtopía ha intentado atacar ideas instaladas en el sentido común como que la matemática y la educación matemática son prácticas neutrales; en esto hemos resaltado el carácter contingente y político de estas prácticas. Por lo tanto, hemos analizado críticamente discursos de la educación matemática tratando de alertar los peligros en términos de dominación, jerarquización y exclusión de algunas prácticas educativas derivadas de tales discursos, como la evaluación estandarizada, la formación por competencias, la formación del pensamiento crítico entendido como solución de problemas. Por otra parte, hemos hecho un rescate de prácticas matemáticas en diversos grupos culturales y propuestas de ambientes de aprendizaje que aborden situaciones críticas del contexto de los estudiantes para tratar de transformarlos y, con ello, empoderar la agencia de profesores y estudiantes para trabajar en esos contextos.

En el siguiente link podrá consultarse en detalle los títulos de las diferentes publicaciones que ha hecho el grupo de investigación. Todas ellas corresponden a reportes de investigación, artículos de reflexión, tesis de los niveles de pregrado, maestría y doctorado. https://scienti.minciencias.gov.co/gruplac/jsp/visualiza/visualizagr.jsp?nro=00000000009861

Perspectivas o escenarios futuros del Grupo

Los enfoques sociopolíticos y culturales de la educación matemática han venido estudiando cómo, históricamente, la educación matemática ha sido usada como dispositivo de clasificación, de jerarquización, de exclusión y cómo muchas de sus prácticas, entre ellas la evaluación estandarizada, han sido usadas como mecanismo de control y de producción de subjetividades de profesores y estudiantes, limitadas a competencias para la empleabilidad o el emprendimiento (competencias creadas y exigidas por el sistema de producción capitalista).

En este sentido, al grupo de investigación le interesa la generación de propuestas alternativas, de prácticas de resistencia en educación matemática basadas en la crítica para la constitución de sujetos políticos que transformen el mundo hacia otro posible donde lo hegemónico sea la solidaridad, alteridad y la justicia social.

Referencias

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Editorial Paidós.

D'Ambrosio, U. (2001). *Ethomathematics. Link between traditions and modernity.* Unicamp Editores.

Fals Borda, O. (1988). *El problema de cómo investigar la realidad para transformarla por la praxis.* Tercer Mundo Editores.

Freire, P. (1969). *La educación como práctica de la libertad.* Siglo XXI Editores.

Freire, P. (1978). *Pedagogía del oprimido.* Auténtica.

Galeano, E. (1971). *Las venas abiertas de América Latina.* Siglo XXI editores.

González-Alvarado, M. L., Parra, A., Camelo, F., Mancera-Ortiz, G., y Torres, J. (2022). Des-habit-ando prácticas de educación matemática: una EdUtopía en Colombia. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM),* 2(2), 202-206. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.28

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* Una empresa docente.

Valero, P. y Skovsmose, O. (Comps.) (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.* Universidad de los Andes.

Valero, P., Andrade-Molina, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(3), 7-20.

Research on Mathematics Teacher Education. Grupo de Investigación RE-MATE

Edgar Alberto Guacaneme Suárez
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
guacaneme@pedagogica.edu.co

Resumen

Se presenta información relacionada con el grupo de investigación *Research on Mathematics Teacher Education* (RE-MATE) nacido en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Este grupo ubica su accionar en el campo *Formación de profesores de matemáticas.* Sus investigaciones se han centrado en aspectos del conocimiento del profesor y han evolucionado hacia la categoría *identidad del profesor de matemáticas.* Sus aportes refieren a la creación de cursos y dirección de trabajos de grado en el marco de programas de formación profesional y avanzada; asimismo, a la creación y funcionamiento de una red de formadores de profesores de matemáticas.

Palabras clave: formación de profesores de matemáticas, identidad del profesor de matemáticas, red de formadores de profesores de matemáticas.

Introducción

El grupo de investigación que represento se denomina *Research on Mathematics Teacher Education* (conocido con el acrónimo RE-MATE). Este grupo fue creado en el seno del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional hace poco más de 10 años por los profesores Lyda Constanza Mora Mendieta y Edgar Alberto Guacaneme Suárez. Varios colegas se han vinculado, temporalmente, al grupo en el diseño o desarrollo de proyectos; entre ellos, Jeannette Vargas, Ana Cecilia Agudelo, William Jiménez, Natalia Morales, Harry Augusto Gómez y César Rendón. También, han estado vinculados decenas de estudiantes de pregrado y posgrado en calidad de monitores de investigación, asistentes a un semillero de investigación o como asesorados en sus trabajos de grado o tesis.

Como su nombre lo indica, nos interesa investigar en el campo conocido como **Formación de profesores de matemáticas.** Si bien, los orígenes de este campo lo refieren como una línea del campo de investigación conocido como Educación Matemática, Didáctica de las Matemáticas, Matemática Educativa o Pedagogía de las Matemáticas, desde el origen mismo de RE-MATE lo reconocemos como un campo, en sí mismo, en cuanto la naturaleza del conocimiento del profesor de matemáticas es diferente, aunque relacionada, con la naturaleza del conocimiento matemático que identifica al campo Educación Matemática (Guacaneme-Suárez y Mora-Mendieta, 2012).

Inicialmente, la distinción epistémica entre el sistema didáctico ligado a la formación matemática y el sistema didáctico asociado a la **formación de profesores de matemáticas** abonó el camino para identificar cuatro líneas de investigación dentro del campo, a saber: *las prácticas profesionales de los profesores de matemáticas en el ámbito escolar, el conocimiento del profesor de matemáticas, las prácticas que se instauran y definen los programas de formación de profesores de matemáticas y el conocimiento del formador de profesores de matemáticas.*

Hoy entendemos que las prácticas profesionales no se reducen al ámbito escolar y que contemplan al menos cuatro esferas de acción (consigo mismo, con los estudiantes, con la comunidad educativa y con las comunidades académicas). Hoy preferimos referirnos a la identidad del profesor de matemáticas y del formador de profesores de matemáticas, más que al conocimiento de estos, por cuanto entendemos que la categoría *identidad* se articula de manera simbiótica a las dimensiones saber, hacer y ser del profesor o formador y que el conocimiento solo refiere a la primera de estas dimensiones. Además, somos conscientes que los procesos de formación del profesor y del formador no se dan exclusivamente en los programas de formación.

Estado del arte

Nuestra trayectoria investigativa contempla algunos proyectos de investigación a través de los cuales hemos reconocido el papel que cumple el conocimiento histórico en la formación en didácticas específicas de las matemáticas, vivenciado la creación de comunidades de aprendizaje alrededor de las experiencias de práctica pedagógica de futuros profesores de matemáticas e identificado rasgos de la Línea de Álgebra de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad, que permiten adscribirla como una innovación en la formación matemática de los futuros profesores.

Desde RE-MATE nos hemos vinculado con los programas de formación profesional inicial y avanzada de profesores de matemáticas de la universidad. En este sentido, para la Licenciatura en Matemáticas hemos diseñado y desarrollado un curso electivo nombrado *Filosofía de las matemáticas en la educación matemática y un Semillero o comunidad de estudio sobre Historia y Filosofía de las matemáticas.* Hemos participado en la Maestría en Docencia de la Matemática a través de la asesoría de algunos trabajos de grado o tesis, y de apuestas formativas en diferentes cohortes; recientemente, participamos de un énfasis de este programa que reivindica el lugar de la reflexión sobre las diferentes dimensiones de la identidad del profesor de matemáticas como una estrategia para su desarrollo profesional. En el Doctorado Interinstitucional en

Educación no hace mucho comenzamos a dirigir una tesis doctoral y diseñamos y desarrollamos, junto con algunos colegas del grupo Didáctica de las Matemáticas, un seminario doctoral de aproximación al campo **Formación del profesor de matemáticas.**

RE-MATE también ha hecho presencia en la comunidad académica a través de la creación y funcionamiento de la *Red de formadores de profesores de matemáticas* (**redforma**). Uno de los proyectos de **redforma** consiste en apoyar la construcción de comunidad académica en torno a la Educación Matemática y la Formación del profesor de Matemáticas; bajo este, se ha logrado consolidar una base de datos de doctores colombianos que trabajan o han trabajado en los campos Educación Matemática y Formación del profesor de matemáticas, y se están adelantando acciones para ampliar el ámbito de **redforma** de tal suerte que contemple la vinculación de programas de formación profesional inicial, avanzada y continuada de profesores de matemáticas. Otro de los proyectos ha implicado el liderazgo en la organización y desarrollo de varias versiones del "Encuentro de programas de formación de profesores de matemáticas".

En dos convocatorias sucesivas de Colciencias, RE-MATE fue reconocido y clasificado en D, luego fue reconocido, pero no clasificado. Recientemente, para Minciencias, RE-MATE no satisface los requisitos para ser considerado grupo de investigación.

Perspectivas o escenarios futuros del Grupo

Desde el grupo RE-MATE advertimos un importante incremento en el número de profesionales con títulos de doctorado o maestría en campos relacionados con la Educación Matemática. Un porcentaje considerable de estos está vinculado a la formación de profesores de matemáticas; sin embargo, la mayoría de ellos desarrolla los procesos formativos a los que están vinculados al margen de la investigación en este campo. Se hace necesario, entonces, que cada vez existan más formadores de profesores que investiguen en torno a las diferentes facetas del campo Formación de profesores de matemáticas y que orienten su quehacer desde los resultados de investigación que en este se generan. Si ello se realiza, la necesaria y urgente innovación en los procesos formativos, puede llegar a afectar positivamente los cambios que la mayoría de los programas y acciones formativas requiere. De lo contrario, seguiremos condenados a atacar o defender unas estructuras vetustas en las que se sustentan muchos de los programas y acciones que se desarrollan actualmente para formar profesores de matemáticas.

Referencias

Guacaneme-Suárez, E. A., y Mora-Mendieta, L. C. (2012). La educación del profesor de Matemáticas como campo de investigación. *Revista PAPELES, 4*(7), 102-112.

Conclusiones generales

Sandra Milena Zapata
Universidad de Antioquia, Colombia
sandra.zapata@udea.edu.co

En el marco del desarrollo del Encuentro de Educación Matemática, Edumath 25 años, *diálogos, formación de maestros y prospectivas,* se comparten algunas conclusiones generales del evento.

Este fue un evento académico que convocó a una comunidad inquieta por el campo de la educación matemática, por el papel de la investigación en esta y por la construcción de conocimientos profesionales. Tuvimos el gusto de contar con la presencia de conferencistas nacionales e internacionales, quienes sumaron sus reflexiones a las líneas propuestas en este evento en términos de diálogos, formación de maestros y prospectivas de la educación matemática.

Fue así como los profesores João Pedro da Ponte, Marcelo de Carvalho Borba, Diana Victoria Jaramillo Quiceno, Rodolfo Vergel Causado, Gilberto Obando Zapata, Jorge Enrique Fiallo Leal, Carlos Mario Vanegas Ortega, Walter Fernando Castro Gordillo, Jhony Alexander Villa Ochoa y René Alejandro Londoño Cano, nos permitieron vislumbrar un panorama en el que la investigación ha de propender por un trabajo centrado en los aprendizajes de los estudiantes, poniendo el foco de atención en las tareas y diseños de estas, con elementos retadores y que convoquen un desafío para ellos, ofreciendo oportunidades para construir comprensiones profundas, conceptos, procedimientos e ideas matemáticas, que les permitan asumir un papel activo en la interpretación de situaciones y representaciones de conceptos, al igual que concretar estrategias de resolución.

En este panorama, se vislumbra, además, que existe una necesidad latente de fomentar, entre los estudiantes, actitudes creativas, que promuevan la resolución de problemas y consolidación de competencias, para mejorar su potencial crítico frente al uso de las matemáticas en contextos extra-matemáticos, con miras a que puedan transcender la aplicación de modelos a escenarios particulares, como ciudadanos y futuros profesionales.

En esta misma línea, algunos de los conferencistas participantes coincidieron en la importancia y necesidad de prestar especial atención a las respuestas de los estudiantes, toda vez que estas permiten identificar su conocimientos y, para los profesores, ofrecen un reto que puede poner de manifiesto una conjunción entre los conocimientos que provienen de la investigación y los que provee la práctica y experiencia.

Para algunos de nuestros conferencistas, el conocimiento y desarrollo profesional también configuran un objeto de reflexión potente en el campo de la investigación; de este modo, favorecer el desarrollo de una cultura profesional que valora la colaboración, la reflexión e investigación no solo contribuye con una práctica profesional promotora de aprendizajes efectivos, sino que, también, favorece el desarrollo del conocimiento del profesor en la dimensión del contenido y de lo didáctico. Así, los diferentes modelos de conocimiento se configuran como modelos teóricos que permiten analizar el conocimiento requerido para la enseñanza de las matemáticas y, en esta línea, la construcción del desarrollo profesional debe ser colectiva y mediada por una escucha activa enmarcada en la experiencia profesional, donde la colaboración y el trabajo en equipo, nos llevan a entender que la escuela funciona como un engranaje donde todos constituimos piezas imprescindibles.

Aunado a reflexiones como las anteriores, algunos de los ponentes invitados coincidieron también en una necesidad manifiesta por reflexionar sobre el currículo, como una oportunidad de revisar nuestras tradiciones curriculares y la pertinencia de estas; dichos asuntos dan cuenta de grandes problemas asociados a reformas curriculares que, probablemente, evidencian la falta de políticas públicas y la ausencia de la comunidad en la formulación de las mismas; los anteriores son asuntos objeto de reflexión, que promueven la idea del gran reto de transformar la escuela y configurar un currículo innovador y disruptivo.

Este fue un evento en el que también tuvimos la oportunidad de presenciar la divulgación de comunicaciones simultáneas, enmarcadas en cuatro líneas, experiencias de aula, formación de maestros, evaluación e investigación en educación matemática; estas fueron lideradas por maestros de instituciones nacionales e internacionales y se configuraron como una oportunidad para dar a conocer su voz y reflexión, sus inquietudes por la investigación y por la consolidación de su conocimiento y desarrollo profesional. Las experiencias presentadas coincidieron en el planteamiento de problemas auténticos, donde el centro de reflexión es el aprendizaje de estudiantes, mediado por acciones que ofrecen respuesta a sus necesidades, que, además, proponen tareas de carácter concreto y en contextos llamativos que propenden por generar procesos de abstracción y simbolización.

Otro espacio de divulgación estuvo mediado por la presentación de los pósteres, diseñados por maestros de distintas regiones, comprometidos con su labor y con la convicción de que en la investigación subyace una gran oportunidad de transformación y construcción de conocimientos.

Adicionalmente, el desarrollo de los talleres dirigidos durante el encuentro permitió materializar la creatividad de los investigadores, quienes, a través de actividades concretas, lograron conducir a los participantes hasta elaboraciones abstractas, que no solo evidenciaron construcciones teóricas, sino también epistemológicas, logrando suscitar un particular interés por recrear estas actividades en el aula y llevar algo de lo aprendido a la práctica profesional.

En este evento, también hubo espacio para las voces de los maestros de las regiones de Urabá, Bajo Cauca, Suroeste y Oriente. Ellos fueron formados en las líneas del grupo de investigación y, a través del "panel de experiencias de regionalización", dieron a conocer sus expectativas, necesidades y prospectivas. Conscientes del impacto que ha tenido su formación investigativa en sus desarrollos profesionales y académicos, develaron reflexiones en términos de cómo la academia puede minimizar brechas en regiones golpeadas por el conflicto armado, con pocas condiciones de acceso a las tecnologías de la información y la comunicación e, incluso, poco acceso a procesos formativos que, a veces, son vistos como utópicos e inalcanzables.

Sus experiencias son motivadoras y referentes para quienes aún no se deciden a trascender las dificultades latentes y a avanzar hacia el fortalecimiento de su formación académica; ante este panorama, emerge un reto manifiesto en términos de la descentralización de la formación doctoral y la democratización del conocimiento, esto es, un conocimiento de todos y para todos que favorezca la consolidación de una ciudadanía crítica. En esta línea, no dejó de reconocerse la apuesta de la Facultad de Educación por formar, a nivel doctoral, a los maestros de regiones y por impactarlas a través del desarrollo de trabajos de investigación y tesis doctorales.

Se suman a las anteriores reflexiones, las voces de los directores de distintos grupos de investigación, quienes expusieron las trayectorias de estos y el impacto en el desarrollo social y académico logrado desde sus grupos. Dos asuntos moderaron los diálogos de los directores de los grupos de investigación, la percepción sobre la educación matemática y las expectativas frente a este campo. No deja de reconocerse y adjudicarse a la investigación una cuota importante de responsabilidad en relación con el progreso de una sociedad en todo nivel; es por ello por lo que, estos grupos, le apuestan a la cualificación docente de manera permanente, a trascender la frontera del conocimiento a través de sus producciones académicas y a la conformación de redes de trabajo académico de impacto nacional e internacional. Como académicos entienden que la investigación y consolidación del desarrollo profesional pueden liderar el progreso de un país, por lo que su trabajo circunda en función de las transformaciones que solo el conocimiento puede conseguir.

El anterior, es solo un acercamiento a algunas de las reflexiones que emergieron en este encuentro; la profundidad y el rigor de cada espacio generado en este evento no alcanza a resumirse de una manera simple, pues este espacio para el diálogo de saberes entre maestros evidenció un generoso despliegue de profesionalismo y un alto nivel académico e investigativo.

Anexo 1. Enlaces Videos
Miércoles, 17 de agosto de 2022

Sesión 1
Enlace: https://udearroba.zoom

Sesión 2
Enlace: https://udearroba.zoom

Sesión 3
Enlace: https://udearroba.zoom

Com. 1 https://udearroba.zoom

Com. 2 https://udearroba.zoom

Com. 3 https://udearroba.zoom

Jueves, 18 de Agosto de 2022

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Taller 1 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Taller 3 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Taller 4 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Taller 5 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Taller 6 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Encuentro líderes https://udearroba.zoom

Viernes, 19 de Agosto de 2022

Sesión 1 https://udearroba.zoom

Sesión 2 https://udearroba.zoom

Sesión 3 https://udearroba.zoom

Com. 1 https://udearroba.zoom

ENCUENTRO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EDUMATH 25 AÑOS

Diálogos, formación de maestros y prospectivas
Medellín, agosto 17, 18 y 19 de 2022

https://www.udea.edu.co/edumath